

TRADUÇÃO

**"Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics  
Advisory Panel"**

Documento livremente acessível em <https://www2.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf>

**Relatório Final do  
Painel Consultivo  
Nacional de Matemática**

Tradução da responsabilidade de



**2008**

**Departamento de Educação dos E.U.A.**

---

## Sumário Executivo

### Contexto

Durante vários séculos a proeminência, a segurança e a prosperidade das nações têm estado intimamente relacionadas com a capacidade dos seus povos para lidar com ideias quantitativas complexas. As sociedades líderes desenvolveram conhecimentos matemáticos que lhes proporcionaram vantagens na área da medicina e da saúde, da tecnologia e comércio, da navegação e exploração, da defesa e das finanças, bem como na capacidade de compreensão de erros passados e de previsão de desenvolvimentos futuros. A história está recheada de exemplos disto mesmo.

Durante a maior parte do séc. XX, os Estados Unidos foram protagonistas de um incomparável domínio na área da matemática – não só como o demonstram a intensidade e quantidade de especialistas matemáticos que aqui desenvolveram a sua prática, mas ainda pelo nível e qualidade da sua engenharia, ciência e liderança financeira, quer mesmo pela dimensão do ensino da matemática da sua extensa população. Contudo, caso não alterem de forma substancial e inequívoca o seu sistema de educação, os Estados Unidos irão prescindir da sua posição de liderança no séc. XXI. Este relatório incide sobre as medidas que têm de ser tomadas por forma a reforçar os conhecimentos do povo americano nesta área central de aprendizagem. O êxito é importante para o país em geral. É importante também para os alunos, individualmente, e respectivas famílias, pois permite abrir portas e criar oportunidades.

Muitas das observações feitas sobre a matemática e ciências nos Estados Unidos centram-se na competitividade económica nacional e no bem-estar económico dos cidadãos e das empresas. Existem motivos suficientes para preocupações sobre estas questões, mas é ainda mais importante reconhecer-se que o que está aqui em causa é a segurança do país e a qualidade de vida – e não apenas a prosperidade do país.

***Durante a maior parte do séc. XX, os Estados Unidos foram protagonistas de um incomparável domínio na área da matemática – não apenas conforme o demonstram a intensidade e quantidade de especialistas matemáticos que aqui desenvolveram a sua prática, mas ainda pelo nível e qualidade da sua engenharia, ciência e liderança financeira. ...***

No mundo actual, a existência de mão-de-obra técnica qualificada está na base da liderança nacional. Contudo, os Estados Unidos enfrentam um futuro em que o ritmo acelerado das reformas irá afectar uma fracção considerável dos actuais trabalhadores na área das ciências e engenharia – ainda que as previsões apontem no sentido de o aumento de oportunidades de trabalho neste sector ser superior ao aumento do emprego na economia em geral. Estas tendências vão exercer uma pressão considerável na capacidade que o país tem para sustentar os trabalhadores com o nível e qualidade adequados. Durante muitos anos, o nosso país importou um grande volume de talento técnico do estrangeiro. No entanto, o sucesso tremendo das economias estrangeiras na era da Internet põe em causa a viabilidade de uma estratégia semelhante no futuro, visto que os países que, até então, tinham fornecido um talento inestimável aos empregadores americanos têm desenvolvido condições de trabalho atractivas para os trabalhadores técnicos. De 1990 a 2003, as despesas com

investigação e desenvolvimento dos países asiáticos (à exceção do Japão) aumentaram de uma percentagem insignificante para quase metade das despesas de investigação e desenvolvimento (“R&D”) dos Estados Unidos. Existem consequências para o enfraquecimento da independência e liderança dos Estados Unidos no domínio da matemática, ciências naturais e engenharia. Pomos em risco a nossa capacidade de nos adaptarmos à mudança. Arriscamo-nos a termos surpresas tecnológicas no que respeita à nossa viabilidade económica e às bases da nossa segurança nacional. A política nacional tem de garantir o desenvolvimento salutar da mão-de-obra técnica nacional, de nível adequado e com capacidades de alto nível.

Mas o interesse da política nacional relativo ao ensino da matemática vai muito para além das pessoas que, na nossa sociedade, virão a ser cientistas ou engenheiros. A mão-de-obra nacional dos anos vindouros terá, garantidamente, de abordar os conceitos quantitativos de uma forma mais plena e hábil do que actualmente. E não só a mão-de-obra nacional, mas também os cidadãos e os responsáveis pelas políticas que lidam com o interesse público em posições de liderança cívica. A sólida formação em matemática de toda a população é um interesse nacional.

O êxito do ensino da matemática é importante também para os cidadãos individuais, uma vez que lhes oferece opções no que respeita à faculdade e à sua carreira, e aumenta as perspectivas quanto aos seus futuros rendimentos. Uma base

***As comparações internacionais e nacionais demonstram que os estudantes americanos não têm vindo a ser bem-sucedidos na parte da sua formação relativa à matemática da forma que seria de esperar de um líder internacional.***

sólida de matemática do secundário através de Álgebra II ou de nível superior está profundamente relacionada com o acesso à faculdade, com a conclusão de um curso superior e com a obtenção de rendimentos de trabalho situados no quartil superior. O valor desta preparação promete ser ainda mais importante no futuro. O Conselho Nacional para a Ciência (“*National Science Board*”) indica que o crescimento de postos de trabalho no mercado de trabalho das ciências e engenharias que fazem utilização intensiva de Matemática é superior ao crescimento global de emprego numa proporção

de 3 para 1.

As comparações internacionais e nacionais demonstram que os estudantes americanos não têm vindo a ser bem-sucedidos na parte da sua formação relativa à matemática da forma que seria de esperar de um líder internacional. O facto de existirem constatações sistemáticas de que, quando comparados com os seus colegas a nível mundial, os estudantes americanos possuem um nível medíocre de matemática é particularmente inquietante. Na nossa Ficha Informativa Nacional (“*National Report Card*”) – Avaliação Nacional do Progresso Educacional (“*the National Assessment of Educational Progress*” – NAEP) – são denotadas tendências positivas dos resultados obtidos nos 4º e 8º Anos, os quais acabam de atingir máximos históricos. Este é um sinal considerável de progresso. Contudo, existem outros resultados da NAEP menos positivos: 32% dos nossos alunos situam-se num nível igual ou superior a “avançado” no 8º Ano, mas apenas 23% têm um domínio avançado no 12º Ano. A ampla e crescente procura pelo ensino especial de matemática entre os estudantes que

ingressam em cursos universitários de quatro anos e em faculdades comunitárias locais por todo o país corrobora estas conclusões.

Para além do referido, existem disparidades elevadas e persistentes nos resultados de matemática, relacionadas com raça e nível de rendimentos – disparidades essas que não só são destrutivas para os indivíduos e para as suas famílias, mas que também fazem antever um futuro desfavorável para o país, tendo em conta a idade jovem e as elevadas taxas de crescimento registadas nas maiores populações de minoria étnica.

Apesar de os nossos alunos se depararem com dificuldades em diversos aspectos da matemática, muitos observadores da política educativa encaram a Álgebra como uma preocupação central.<sup>1</sup> A queda acentuada nos resultados de matemática nos E.U.A. começa assim que os estudantes chegam à parte final do ensino básico, onde, para cada vez mais estudantes, se inicia o trabalho na disciplina de álgebra. Naturalmente, surgem questões sobre como podem os estudantes ter uma melhor preparação para a introdução à Álgebra.

Estas questões têm consequências, uma vez que a Álgebra é uma via comprovada de acesso a melhores resultados futuros. Os alunos precisam dela para qualquer forma de matemáticas superiores no ensino secundário. Para além disso, existem estudos que demonstram que a conclusão de Álgebra II está significativamente associada ao sucesso universitário e ao sucesso na obtenção de rendimentos provenientes do trabalho. Na realidade, os estudantes que concluem a disciplina de Álgebra II têm duas vezes mais probabilidade de obter o grau de licenciado, quando comparado com estudantes com um nível inferior de preparação matemática. Entre os estudantes afro-americanos e hispânicos com preparação matemática, pelo menos, até à Álgebra II, as diferenças nas taxas de licenciados quando comparadas com a população estudantil no geral são cerca de metade das diferenças para estudantes que não concluíram Álgebra II.

***Os estudantes que concluem a disciplina de Álgebra II têm duas vezes mais probabilidade de obter o grau de licenciado, quando comparado com estudantes com um nível inferior de preparação matemática.***

Tendo em conta tudo que foi referido, o Presidente criou o Painel Consultivo Nacional de Matemática em Abril de 2006, com a finalidade de se basear “nos melhores dados científicos disponíveis” e de recomendar formas “... de incentivar um maior conhecimento e melhor prestação a matemática, entre os alunos americanos.”

### ***Mensagens Principais***

Este Painel, sendo diverso na sua experiência, conhecimento e filosofia, concorda, de um modo geral, que o sistema de entrega no ensino da matemática – o sistema que traduz o conhecimento matemático em valor e capacidade para a próxima geração – está avariado e precisa de ser consertado. Esta não é uma conclusão apenas sobre um elemento individual do sistema, antes incidindo na forma como

<sup>1</sup> Iniciamos a palavra “álgebra” por maiúscula sempre que nos referimos a uma disciplina específica ou sequencial, tal como Álgebra I e II.

muitos dos seus componentes não funcionam em conjunto para atingir um resultado digno dos valores e ambições deste país.

Com base no seu debate e investigação, o Painel está em posição de afirmar que a América possui oportunidades reais de melhoria no ensino da matemática. Este relatório destina-se a expor estas oportunidades, com vista à sua implementação.

A essência da mensagem do Painel consiste em *colocar as coisas mais importantes em primeiro lugar*. Existem seis elementos que aqui expomos de forma concisa, mas que posteriormente explicaremos em maior detalhe.

- Os programas curriculares de matemática entre o ensino pré-escolar e o 8º Ano devem ser simplificados e dar maior ênfase a um conjunto bem definido dos temas mais importantes nos primeiros anos escolares.
- Deverá ser dado uso prático às conclusões concretas de investigações rigorosas sobre a forma de aprendizagem das crianças, reconhecendo particularmente a) as vantagens que as crianças retiram de um início sólido; b) os benefícios mutuamente reforçados da compreensão conceptual, fluência processual e a automática (isto é, rápida e simples) recordação de factos; e c) esse esforço, e não apenas o talento inato, contam para o sucesso na matemática.
- Os nossos cidadãos e os seus responsáveis educativos devem reconhecer que os professores com instrução matemática desempenham um papel fundamental no ensino da matemática e devem incentivar a tomada de iniciativas, rigorosamente avaliadas, para atrair e preparar devidamente potenciais professores, bem como para avaliar e preservar os professores competentes.
- As práticas pedagógicas devem basear-se em estudos de alta qualidade, sempre que estes estejam disponíveis, e nos mais elevados pareceres e experiência profissionais de professores competentes. Os estudos de alta qualidade não corroboram a ideia de que a instrução deveria ou ser ou totalmente “centrada no estudante”, ou totalmente “direccionada para o professor”. Os estudos indicam que certas formas de práticas particulares de ensino podem ter um impacto positivo, sob determinadas condições específicas.
- A qualidade das avaliações da NAEP e do Estado deve ser melhorada e dar maior ênfase aos conhecimentos e capacidades mais importantes que conduzem à Álgebra.
- O país tem de continuar a reforçar a capacidade de realizar mais estudos rigorosos que incidam sobre a educação, para que possa esclarecer as políticas e práticas de forma mais eficaz.

É possível atingir resultados positivos dentro de um período de tempo razoável e com custos acessíveis, mas será necessário um esforço consistente e sensato a nível da comunidade. A educação nos Estados Unidos envolve muitos intervenientes em muitas localizações – professores, alunos e pais; funcionários de escolas públicas, membros da direcção das escolas, supervisores e directores; responsáveis pelo desenvolvimento dos currículos escolares; autores de manuais escolares e editores de manuais escolares; aqueles que desenvolvem ferramentas de avaliação; aqueles que preparam os professores e os ajudam a dar continuidade ao seu desenvolvimento; aqueles que realizam estudos relevantes; dirigentes de associações e funcionários públicos, a nível federal, nacional e local. Todos eles assumem responsabilidades. Todos eles podem ser importantes para o sucesso.

A rede deste grande número de participantes encontra-se ligada através de associações nacionais em interacção. Uma abordagem nacional coordenada destinada a melhorar o ensino da matemática exigirá a realização de um fórum anual dos seus dirigentes e responsáveis, pelo menos durante uma década. O Painel recomenda que a Secretaria da Educação dos E.U.A. tome a iniciativa de convocar o fórum numa fase inicial, que o encarregue de se organizar por forma a envidar esforços efectivos, e solicite um relatório anual sucinto sobre o plano mútuo adoptado para o ano seguinte.

O Presidente pediu ao Painel que fizesse uso dos melhores estudos científicos disponíveis para aconselhar sobre as melhorias que podem ser feitas ao ensino da matemática das crianças do país. O respeito contínuo pela sólida investigação tem sido o principal factor potenciador das conclusões conjuntas deste Painel, nas mais diversas matérias, apesar das diferenças de perspectiva e filosofia. Por outro lado, relativamente a muitas outras matérias de interesse para a política e prática educativas, não foram identificados quaisquer estudos, ou apenas estudos insuficientes. Nessas áreas, o Painel encontra-se muito limitado naquilo que pode relatar.

O Painel descreve diversas medidas concretas que podem ser tomadas neste momento, com vista a melhorar significativamente o ensino da matemática, mas também as encara apenas como o melhor início de um longo processo. Este percurso, tal como o da era pós-Sputnik, exigirá um compromisso de “aprender à medida que formos avançando”. O país deve reconhecer que existe ainda muito por descobrir sobre como obter melhores resultados. Os modelos de melhoria contínua mostraram que funcionam em muitas outras áreas, e podem também funcionar na América para o ensino da matemática.

### ***O Painel Consultivo Nacional de Matemática***

O Presidente criou o Painel através do Despacho Executivo (“*Executive Order*”) n.º 13396 (Anexo A), no qual atribuiu ainda a responsabilidade à Secretaria de Educação dos E.U.A. pela nomeação dos membros e pela superintendência do Painel. Apesar de a incumbência do Presidente conter diversos elementos explícitos, a ênfase

é claramente colocada na preparação dos alunos para a introdução e êxito em Álgebra.

Durante mais de 20 meses, o Painel (organizado como comissão) recebeu testemunhos públicos, mas trabalhou maioritariamente em grupos de trabalho e sub-comissões dedicadas aos principais componentes da incumbência presidencial. Questões como as que se seguem demonstram o âmbito das investigações do Painel:

- Qual é o conteúdo essencial da álgebra escolar e o que é que as crianças precisam de saber antes de começarem a estudá-la?
- O que nos dizem os estudos sobre a forma como as crianças aprendem a matemática?
- O que sabemos sobre a eficácia das práticas e materiais didáticos?
- Como podemos recrutar, preparar e reter da melhor forma os professores de matemática competentes?
- Como podemos tornar mais claras e úteis as avaliações dos conhecimentos matemáticos?
- O que é que os professores que exercem actualmente a sua actividade têm a dizer sobre a preparação dos alunos que recebem nas suas salas de aula e sobre outras questões relevantes?
- Quais são os níveis adequados de prova que o Painel pode utilizar para retirar conclusões da base de investigação?

Cada um dos cinco grupos de trabalho procedeu a uma análise minuciosa dos elementos disponíveis numa área-chave da responsabilidade do Painel: Conhecimentos e Capacidades Conceptuais, Processos de Aprendizagem, Práticas Educativas, Professores e Formação dos Professores, e Avaliação. Cada uma das três sub-comissões ficou responsável pelo desempenho de uma função consultiva específica: Níveis de Prova, Materiais Didáticos e Inquérito Nacional aos Professores de Álgebra, solicitado pelo Painel (cfr. barra lateral da página 9). Cada grupo de trabalho e sub-comissão apresentou um relatório em apoio deste documento. Todos os oito relatórios estão disponíveis em separado.

O Painel teve permanentemente em conta a ênfase do Presidente nos “melhores dados científicos disponíveis” e colocou a fasquia alta no que toca à consideração dos resultados dos estudos. Essencialmente, o Painel exigiu que o trabalho fosse realizado de uma forma que demonstrasse rigor e pudesse sustentar a generalização a um nível que fosse significativo para as políticas. Um dos relatórios da sub-comissão abrange as considerações globais relacionadas com os níveis de prova, enquanto que os relatórios de um grupo de trabalho específico amplificam os referidos níveis no contexto particular do trabalho de cada grupo. No total, o Painel analisou mais de 16.000 publicações científicas e relatórios sobre políticas, tendo recebido depoimentos públicos de 110 indivíduos, dos quais 69 compareceram perante o Painel a título individual, tendo os restantes 41 sido convidados com base nas suas competências que abrangiam assuntos específicos. Para além do referido, o Painel analisou os comentários escritos de 160 organizações e indivíduos, bem como os resultados de um inquérito a 743 professores de álgebra em exercício da sua actividade.

No final de 2007, o Painel resumiu o seu Relatório Final, juntando as suas constatações e recomendações mais importantes – as quais são esclarecidas no presente documento pelo Painel unido a uma só voz. Em muitos dos seus pontos, este relatório relaciona-se com os oito relatórios dos grupos de trabalho e sub-comissões, que comportam análises profundas de bibliografia científica e outros materiais relevantes. Estes relatórios de apoio incluem o trabalho realizado como parte da missão global do Painel, mas só são apresentados pelos membros que participaram na sua elaboração. Este Relatório Final representa as constatações e as recomendações do Painel, no seu todo.

### ***Principais Constatações e Recomendações***

O Painel teve um amplo alcance e conseguiu chegar a diversas constatações e recomendações particulares, todas elas comunicadas no relatório principal, sob os títulos correspondentes aos abaixo indicados. De uma forma geral, este Sumário Executivo só apresenta versões resumidas dos pontos mais importantes.

#### **Conteúdo dos Programas Curriculares**

- 1) A evolução orientada e coerente da aprendizagem da matemática, com ênfase no domínio de matérias fundamentais, deveria tornar-se a norma nos programas curriculares do ensino primário e básico. Deve evitar-se qualquer abordagem que repita as mesmas matérias, ano após ano de forma contínua.

Com a palavra *orientada*, o Painel quer dizer que os programas curriculares têm de incluir as (e empenhar-se devidamente nas) matérias mais importantes que servem de base ao sucesso escolar em álgebra. Com a palavra *coerente*, o Painel quer dizer que os programas curriculares são marcados por evoluções efectivas e lógicas desde as matérias abordadas nos primeiros anos, menos sofisticadas, até às matérias abordadas em anos mais avançados, mais sofisticadas. Os aperfeiçoamentos como os sugeridos neste relatório prometem resultados positivos imediatos, com custos adicionais mínimos.

Com a palavra *domínio*, o Painel quer dizer que os alunos deverão compreender conceitos fundamentais, atingir automaticidade quando adequado (por exemplo, com as propriedades da soma e correspondentes propriedades da subtracção), desenvolver a execução flexível, correcta e automática dos algoritmos básicos, e utilizar estas capacidades na resolução de problemas.<sup>2</sup>

---

<sup>2</sup> Esta definição está em consonância com o livro *Adding It Up* (Conselho Nacional de Investigação, 2001, p.116), no qual se associam cinco atributos ao conceito de domínio: 1) compreensão conceptual (compreensão de conceitos, operações e relações matemáticas), 2) fluência processual (aptidão para realizar processos de forma flexível, fluente e adequada), 3) capacidade estratégica (capacidade de formular, representar e resolver problemas matemáticos), 4) raciocínio flexível (capacidade para pensar, reflectir, explicar e justificar de forma lógica), e 5) disposição produtiva (inclinação habitual para encarar a matemática como conveniente, útil e compensadora, aliada a uma convicção na diligência e na própria eficácia da pessoa).



- 2) Com o intuito de esclarecer as necessidades educativas entre o ensino pré-escolar e o 8º Ano e de aprimorar futuros debates sobre o papel da álgebra escolar na globalidade do programa curricular da matemática, o Painel desenvolveu um conceito claro de álgebra escolar através da sua lista das Principais Matérias da Álgebra Escolar – *Major Topics of School Algebra* – (Tabela 1, página 16).

*Álgebra* é um termo escolhido para abarcar a totalidade do material algébrico que o Painel espera ver abrangido durante o ensino secundário, independentemente de se organizar em disciplinas e níveis. O Painel espera que os alunos sejam capazes de progredir com sucesso, pelo menos, até aos conteúdos correspondentes a Álgebra II.

- 3) A Tabela 1 das Principais Matérias da Álgebra Escolar deveria servir de base para os padrões da álgebra escolar na estruturação dos programas curriculares, disciplinas de álgebra, manuais de álgebra e avaliações finais.
- 4) Um dos principais objectivos do ensino da matemática entre o ensino pré-escolar e o 8º ano deve ser o domínio das fracções (incluindo casas decimais, percentagens e fracções negativas), dado que este domínio é fundamental para a álgebra e que, neste momento, aparenta estar seriamente sub-desenvolvido. O domínio dos números naturais é uma condição prévia para o estudo das fracções, tal como vários aspectos relativos a medidas e geometria. Estas três áreas – números naturais, fracções e aspectos específicos de geometria e medidas – constituem as Bases Fundamentais de Álgebra. Na página 17 deste relatório são definidos alguns elementos importantes dentro de cada uma destas três categorias.

*As Bases Fundamentais não se destinam a abranger um programa curricular de matemática completo que conduza à álgebra; contudo, merecem uma atenção primordial e tempo suficiente em qualquer programa curricular de matemática.*

- 5) Com a finalidade de incentivar o desenvolvimento dos alunos entre o ensino pré-escolar e 8º Ano a um ritmo eficaz, o Painel recomenda um conjunto de Indicadores de Referência para as Bases Fundamentais (Tabela 2, página 20). Estes deverão ser utilizados para orientar os programas das aulas, instrução matemática, desenvolvimento dos manuais e avaliações nacionais.
- 6) Os distritos escolares (“*school districts*”) devem assegurar que todos os alunos com preparação têm acesso a uma disciplina de álgebra genuína – e devem preparar mais alunos do que actualmente para o ingresso nesta disciplina no 8º Ano. A palavra *genuína* é aqui utilizada para descrever uma disciplina que aborde a álgebra de forma consentânea com as Principais Matérias da Álgebra Escolar (Tabela 1,

página 16). Os alunos têm de estar preparados com os pré-requisitos matemáticos desta disciplina de acordo com as Bases Fundamentais de Álgebra (página 17) e com os Indicadores de Referência para as Bases Fundamentais (Tabela 2, página 20).

- 7) Os programas de formação de professores e testes de licenciatura para professores de ensino pré-escolar, incluindo todos os professores de ensino especial a este nível, deviam cobrir exaustivamente os temas de números naturais, fracções e os temas adequados de geometria e medidas das Bases Fundamentais de Álgebra, bem como os conceitos e conhecimentos que a eles conduzam; para os professores primários, incluindo os professores de ensino especial a nível primário, todos os temas das Bases Fundamentais de Álgebra e os temas habitualmente abrangidos numa disciplina de introdução à Álgebra; e para os professores de ensino básico, incluindo os professores de ensino especial a nível do ensino básico, as Bases Fundamentais de Álgebra e todas as Principais Matérias da Álgebra Escolar.

### **Processos de Aprendizagem**

- 8) A maioria das crianças adquire conhecimentos consideráveis sobre números e outros aspectos da matemática antes do seu ingresso no ensino pré-escolar. Este facto é importante, uma vez que os conhecimentos matemáticos que os alunos do pré-escolar trazem para a escola estão relacionados com a sua aprendizagem da matemática ao longo dos anos que se seguem – durante o ensino primário, o ensino básico e mesmo no ensino secundário. Infelizmente, a maioria das crianças provenientes de contextos de baixos rendimentos ingressa na escola com muito menos conhecimentos do que os seus colegas provenientes de contextos de rendimentos médios, sendo que as disparidades nos conhecimentos matemáticos aumentam progressivamente desde o ensino pré-escolar até ao 12º ano.
- 9) Felizmente, registaram-se resultados animadores para uma variedade de programas pedagógicos desenvolvidos para aperfeiçoar os conhecimentos matemáticos dos alunos do ensino pré-escolar, especialmente dos provenientes de contextos de baixo rendimento. Tratam-se de técnicas eficazes – resultantes de investigação científica sobre a aprendizagem – que podem ser desde já implementadas nas salas de aula para melhorar os conhecimentos matemáticos das crianças. Contudo, é urgente analisar os impactos a curto e a longo-prazo que estas intervenções têm em maiores amostragens de crianças provenientes de famílias de baixos rendimentos.
- 10) Por forma a preparar os alunos para Álgebra, os programas curriculares têm de simultaneamente desenvolver a compreensão conceptual, a fluência de cálculo e a capacidade de resolução de problemas. Os

debates sobre a importância relativa destes aspectos do conhecimento matemático estão mal orientados. Estas capacidades apoiam-se mutuamente, dado que cada uma facilita a aprendizagem das restantes. Os professores deveriam salientar estas inter-relações. Quando tomadas em conjunto, a compreensão conceptual de operações matemáticas, a execução fluída dos procedimentos e o rápido acesso a combinações numéricas apoiam conjuntamente a resolução efectiva e eficiente de problemas.

- 11) O domínio dos cálculos em operações com números naturais depende de prática suficiente e adequada para que se possa desenvolver a recordação automática das propriedades da soma e correspondentes propriedades da subtracção, bem como das propriedades da multiplicação e correspondentes propriedades da divisão. Para além disso, requer uma compreensão sólida de conceitos nucleares, tais como as propriedades comutativa, distributiva e associativa. Apesar da aprendizagem de conceitos e da aprendizagem de algoritmos se reforçarem mutuamente, cada uma delas depende também de diversos tipos de experiências, incluindo a prática.
- 12) As dificuldades com fracções (incluindo casas decimais e percentagens) são generalizadas e representam um grande obstáculo a maiores progressos na matemática, incluindo a álgebra. Quando questionada pelo Painel, uma amostra representativa nacional de professores de Álgebra I classificou os alunos como tendo uma muito fraca preparação em “números racionais e operações que envolvam fracções e casas decimais.”

Tal como acontece com a aprendizagem de números naturais, a compreensão conceptual de fracções e casas decimais e os processos operacionais para a sua utilização reforçam-se mutuamente. Um mecanismo fundamental que liga os conhecimentos conceptual e processual é a capacidade de representar fracções numa recta numérica. Os programas curriculares deveriam permitir tempo suficiente para garantir a obtenção de conhecimentos conceptuais e processuais de fracções e de raciocínio proporcional. Um ensino centrado no conhecimento conceptual de fracções terá, provavelmente, o maior e mais amplo impacto na resolução de problemas, sempre que se direcione para a resolução correcta de problemas específicos.

- 13) O desempenho e a aprendizagem da matemática em grupos que, tradicionalmente, têm estado sub-representados nas áreas da matemática podem ser melhorados através de intervenções que abordem os factores sociais, afectivos e motivacionais. Estudos recentes afirmam que o apoio social e intelectual de colegas e professores está associado a um melhor desempenho na matemática para todos os alunos, e que este apoio é especialmente importante para

muitos alunos afro-americanos e hispânicos. Existe uma necessidade urgente de realizar avaliações experimentais à eficácia das intervenções baseadas neste apoio, tanto a pequena como a grande escala, dado que prometem formas de reduzir as disparidades nos resultados da matemática que prevalecem na sociedade americana.

- 14) Os objectivos e as convicções das crianças sobre a aprendizagem estão relacionados com o seu desempenho a matemática. Estudos experimentais demonstram que a alteração das convicções das crianças, de um enfoque nas capacidades para um enfoque no esforço, aumenta o seu envolvimento na aprendizagem da matemática, o que, por sua vez, melhora os resultados a matemática: quando as crianças acreditam que os seus esforços de aprendizagem os tornam “mais inteligentes”, demonstram uma maior persistência na aprendizagem da matemática. Estudos relacionados não só demonstram que o envolvimento e a percepção de eficácia dos alunos afro-americanos e hispânicos em contextos de aprendizagem da matemática tendem a ser inferiores aos de alunos caucasianos e asiáticos, como inclusivamente podem ser melhorados de forma considerável.

Os professores e outros responsáveis pela educação deveriam ajudar sistematicamente os alunos e pais a perceber que um maior enfoque na importância do esforço está relacionado com um melhor desempenho na matemática. Este ponto é crucial, uma vez que grande parte da manifesta conformação do público com o ensino da matemática (aliada à tendência comum de desvalorização de fracos resultados e de desistência antecipada) parece assentar na ideia errada de que o êxito se deve maioritariamente ao talento ou capacidades inatas, ao invés do esforço.

- 15) Por vezes, os professores e criadores de materiais didácticos partem do pressuposto de que os alunos precisam de ter uma determinada idade para aprender certas ideias matemáticas. Contudo, uma das principais constatações de estudos é a de que o que é apropriado em termos de desenvolvimento depende, em larga medida, das oportunidades de aprendizagem anteriores. Tem sido sistematicamente demonstrado que as alegações baseadas em teorias de que as crianças de idades específicas não são capazes de aprender determinado conteúdo por serem “demasiado novas”, por “não estarem na fase adequada” ou por “não estarem prontas” são infundadas. Tal como são injustificadas as alegações de que, ainda que possuam os conhecimentos prévios necessários para aprenderem as ideias, as crianças não conseguem apreender ideias específicas devido ao insuficiente desenvolvimento do seu cérebro.

## Professores e Formação dos Professores

- 16) Os professores que conseguem, de forma consistente, melhorias significativas nos resultados de matemática dos alunos podem ser identificados através da utilização de análises de valor acrescentado (análises que examinam as melhorias individuais nos resultados dos alunos como uma função do professor). O impacto na aprendizagem de matemática por parte dos alunos é potenciado, se os alunos tiverem vários professores mais eficazes.

Infelizmente, os estudos de alta qualidade existentes não fornecem muita informação sobre o que é feito pelos professores eficazes para originar estas melhorias na aprendizagem dos alunos. Impõe-se a realização de estudos adicionais por forma a identificar e definir, de forma mais cuidadosa, as capacidades e práticas inerentes a estas diferenças na eficácia dos professores, e sobre como as desenvolver em programas de preparação dos professores.

- 17) Os estudos sobre a relação entre os conhecimentos matemáticos dos professores e os resultados dos alunos confirmam a importância dos conhecimentos de conteúdo dos professores. Obviamente, os professores não podem ensinar aquilo que não sabem. Todavia, e dado que a maioria dos estudos se basearam em elementos representativos dos conhecimentos de matemática dos professores (tais como a certificação de professores ou cursos obtidos), os estudos existentes não revelam os conhecimentos matemáticos específicos e as capacidades de ensino necessárias a uma aprendizagem eficaz, especialmente a nível do ensino primário e básico. As avaliações directas dos conhecimentos matemáticos efectivos dos professores constituem o maior indício de uma relação entre os conhecimentos de conteúdo dos professores e os respectivos resultados dos alunos. É necessário adoptar medidas mais rigorosas para especificar, de forma mais pormenorizada, a relação entre os conhecimentos matemáticos dos professores do ensino primário e básico, as suas capacidades de ensino e a aprendizagem dos estudantes.
- 18) O acto de ensinar bem requer conhecimentos e capacidades substanciais. No entanto, os estudos existentes sobre os aspectos da formação dos professores – incluindo programas padronizados de preparação de professores, métodos alternativos de ensino, programas de apoio a novos professores (por exemplo, aconselhamento) e desenvolvimento profissional – não apresentam o rigor ou a qualidade suficientes para permitir que o Painel retire conclusões sobre as características da formação profissional que têm impacto nos conhecimentos dos professores, bem como nas suas práticas pedagógicas ou nos resultados dos seus alunos.

Existem actualmente diversos métodos de ensino. Os estudos indicam que as diferenças no conhecimento e eficácia dos professores dos diferentes métodos são reduzidas ou insignificantes, quando comparadas com as grandes diferenças no desempenho de professores dentro de cada um dos métodos.

- 19) A preparação matemática dos professores do ensino primário e básico tem de ser reforçada, a fim de melhorar a eficácia dos professores nas salas de aula. Isto inclui a formação inicial dos professores, apoios no início da carreira e programas de desenvolvimento profissional. Esta recomendação tem como elemento essencial que sejam dadas aos professores amplas oportunidades para aprender matemática de ensino. Isto é, os professores devem conhecer, pormenorizadamente e de uma perspectiva mais aprofundada, os conteúdos matemáticos cujo ensino é da sua responsabilidade, bem como as ligações desses conteúdos com outros temas matemáticos, tanto a nível preparatório como a um nível mais avançado do que o que lhes foi atribuído.

Impõe-se a realização de investigação de alta qualidade para criar uma base sólida para a preparação matemática dos professores do ensino primário e básico no âmbito da formação inicial dos professores, apoios no início da carreira e programas contínuos de desenvolvimento profissional. Os resultados das diferentes abordagens devem ser avaliados através da utilização de ponderações válidas e fidedignas dos seus efeitos nas técnicas actuais e futuras de formação dos professores e, sobretudo, dos seus efeitos nos resultados dos alunos.

- 20) Numa tentativa de melhorar a aprendizagem da matemática a nível do ensino primário, vários distritos escolares do país recorreram a “professores especialistas de matemática” de três tipos diferentes – instrutores de matemática (professores principais), professores de matemática primária a tempo inteiro e professores de pequenos grupos (“*pull-out teachers*”). No entanto, o Painel não encontrou nenhuma investigação de alta qualidade que demonstrasse que a utilização deste tipo de professores especialistas de matemática melhora a aprendizagem dos alunos.

O Painel recomenda a realização de estudos com recurso a professores de matemática a tempo inteiro, em escolas primárias. Estes deverão ser professores que possuam sólidos conhecimentos matemáticos e que leccionem a disciplina de matemática a tempo inteiro, a várias turmas, ao invés de leccionarem diversas disciplinas a uma só turma, como é habitual na maioria das turmas do ensino primário. Esta recomendação de realização de estudos baseia-se nas constatações do Painel acerca da importância dos conhecimentos matemáticos dos professores. O recurso a professores especializados no ensino de matemática da primária poderia ser uma alternativa prática ao aumento dos

conhecimentos de conteúdo de todos os professores do ensino primário (um problema de enormes proporções), privilegiando assim a necessidade de especialização de um menor número de professores.

- 21) As escolas e os programas de formação dos professores deveriam desenvolver ou conceber uma variedade de métodos criteriosamente avaliados para atrair e preparar os candidatos a professores, com conhecimentos de matemática, e para os dotar das capacidades necessárias para ajudar os alunos a aprenderem matemática.
- 22) Os estudos sobre os incentivos aos professores corroboram, de uma forma geral, a sua eficácia, apesar de a qualidade dos estudos ser heterogénea. Dado o número significativo de incertezas, as iniciativas políticas que impliquem incentivos aos professores devem ser cuidadosamente analisadas.

### **Práticas Pedagógicas**

- 23) A investigação não apoia as recomendações abrangentes de que o ensino deveria ou ser totalmente “centrado no aluno”, ou totalmente “direccionado para o professor”. Caso existam estas recomendações, devem ser abandonadas. E se estiverem a ser consideradas, devem ser evitadas. A investigação de alta qualidade não corrobora a utilização exclusiva de nenhuma destas abordagens.
- 24) Têm sido realizados estudos a uma variedade de abordagens de aprendizagem cooperativa. Uma destas abordagens, a Individualização Acompanhada pelo Grupo (“*Team Assisted Individualization*” – TAI), tem demonstrado capacidade para melhorar a capacidade de cálculo dos alunos. Esta estratégia pedagógica altamente estruturada envolve grupos heterogéneos de alunos que se entreeajam, problemas individualizados com base no desempenho dos alunos num teste de diagnóstico, orientações específicas para professores e recompensas com base no desempenho do grupo e no desempenho individual. Os efeitos da TAI na compreensão conceptual e na resolução de problemas não foram significativos.
- 25) A utilização regular de avaliação formativa pelos professores potencia a aprendizagem dos seus alunos, especialmente se os professores dispuserem de orientações adicionais sobre a utilização da avaliação com a finalidade de conceber e individualizar o ensino. Apesar de a investigação, até à data, ter envolvido apenas um tipo de avaliação formativa (assente nos elementos recolhidos dos principais objectivos dos programas curriculares para esse ano, com base nas normas do estado), os resultados são suficientemente promissores para que o Painel recomende a utilização regular da avaliação formativa para os alunos do ensino primário.

26) Tem sido defendida a utilização de contextos “da vida real” para introduzir ideias matemáticas, com a expressão “vida real” a ser utilizada de variadas formas. Um resumo das constatações de um pequeno número de estudos de alta qualidade indica que, se as ideias matemáticas forem ensinadas com a utilização de contextos “da vida real”, então assiste-se a uma melhoria no desempenho dos alunos nas avaliações que envolvem problemas semelhantes “da vida real”. Todavia, não se regista uma melhoria no desempenho em avaliações mais centradas noutros aspectos da aprendizagem da matemática, tal como cálculo, enunciados simples e resolução de equações.

27) O ensino específico de alunos com dificuldades a matemática tem demonstrado efeitos positivos sistemáticos no desempenho de problemas com enunciados e de cálculo. Os resultados são consistentes para alunos com dificuldades de aprendizagem, bem como para outros alunos com resultados no último terço de uma turma típica. Com a expressão *ensino específico*, o Painel quer dizer que os professores proporcionam modelos claros de resolução de um tipo de problema, utilizando uma série de exemplos, que os alunos recebem uma prática exaustiva sobre a utilização de estratégias e capacidades recém-adquiridas, que os alunos têm a oportunidade de pensar em voz alta (ou seja, de falar enquanto tomam as suas decisões e explicam os passos que dão), e que os alunos recebem um *feedback* detalhado.

Esta constatação não significa que a totalidade do ensino da matemática de um aluno deva ser ministrada sob a forma de ensino específico. No entanto, o Painel recomenda que os alunos com dificuldades recebam algum ensino específico de matemática de forma regular. Alguma parte deste tempo deverá ser dedicada a garantir que estes alunos dispõem das capacidades e conhecimentos conceptuais fundamentais de que necessitam para compreenderem a matemática que estão a estudar no nível escolar em que se encontram.

28) Os estudos sobre *software* didáctico têm geralmente demonstrado efeitos positivos nos resultados dos alunos em matemática, quando comparado com o ensino que não inclui este tipo de tecnologias. Estes estudos revelam que os exercícios, prática e tutoriais baseados em tecnologia podem melhorar o desempenho dos alunos em áreas específicas da matemática. Outros estudos demonstram que o ensino de programação informática aos alunos pode potenciar o desenvolvimento de conceitos matemáticos específicos, aplicações e resolução de problemas.

Contudo, a natureza e intensidade dos resultados são bastante variáveis em todos estes estudos. Em particular, um estudo nacional plurilocal recente de grandes dimensões não descobriu quaisquer



efeitos significativos do *software* didáctico tutorial (ou tutorial e prático), quando o mesmo foi implementado em condições normais de utilização. Globalmente, os estudos disponíveis não são suficientes para identificar os factores influenciadores da eficácia do *software* didáctico em circunstâncias típicas.

- 29) Uma análise de 11 estudos que cumpriram os critérios rigorosos do Painel (apenas um estudo com menos de 20 anos) revelou um impacto reduzido ou inexistente das calculadoras nas técnicas de cálculo, na resolução de problemas ou desenvolvimento conceptual ao longo de períodos de até um ano. Esta conclusão limita-se aos efeitos das calculadoras tal como as mesmas foram utilizadas nos 11 estudos. Todavia, o inquérito do Painel aos professores de álgebra do país indicou que uma das suas principais preocupações era precisamente a utilização das calculadoras nos anos preparatórios. O Painel adverte que, a partir do momento em que as calculadoras impedem o desenvolvimento da automaticidade, a fluência na capacidade de cálculo é negativamente afectada.

O Painel recomenda a realização de estudos de alta qualidade sobre os usos específicos das calculadoras, incluindo os seus efeitos a curto e a longo-prazo na capacidade de cálculo, resolução de problemas e compreensão conceptual.

- 30) Os alunos com talento para a matemática e com motivação suficiente são aparentemente capazes de aprender matemática muito mais rapidamente do que os alunos que cumprem os programas curriculares ao ritmo normal, sem qualquer prejuízo para a sua aprendizagem – e deve-lhes ser permitido que o façam.

### **Materiais Didácticos**

- 31) Os manuais escolares de matemática dos Estados Unidos são extremamente extensos – frequentemente chegando às 700-1.000 páginas. O facto de os manuais serem excessivamente longos torna-os mais caros e pode contribuir para uma falta de coerência. Em muitos países com melhores resultados a matemática do que os E.U.A., os manuais escolares de matemática são bastante mais reduzidos, demonstrando assim que a grande extensão dos nossos manuais não é uma condição necessária para obter bons resultados. Os representantes de diversas editoras que testemunharam junto do Painel referiram que um factor que contribuía significativamente para o tamanho dos manuais era a exigência de cumprir variados requisitos do estado relativamente ao que deveria ser leccionado em cada ano. Outras das principais causas das dimensões extremas dos manuais escolares de matemática americanos incluem o facto de existirem muitas fotografias, histórias motivacionais e outros conteúdos não-

matemáticos incluídos nos livros. As editoras deveriam fazer todos os esforços possíveis para desenvolver manuais escolares de matemática com dimensões bastante mais reduzidas e mais incisivos.

- 32) Os estados e os distritos deveriam esforçar-se por uma maior concordância no que respeita aos temas que serão destacados e abrangidos em anos específicos. As editoras de manuais escolares deviam publicar edições que vincassem claramente o material que estes estados e distritos concordam em leccionar em anos específicos.
- 33) As editoras têm de garantir a precisão matemática dos seus materiais. Os participantes no desenvolvimento de manuais escolares de matemática e materiais didáticos relacionados precisam de incluir matemáticos e formadores de matemática em todas as fases de redacção, edição e revisão destes materiais.

### **Avaliação**

- 34) A NAEP e os testes estatais para alunos até ao 8º Ano deviam centrar-se e representar adequadamente as Bases Fundamentais de Álgebra do Painel. Os resultados dos alunos nesta matéria essencial da matemática deveriam ser relatados e monitorizados ao longo do tempo.
- 35) O Painel sugere que a vertente da NAEP sobre “Propriedades e Operações Numéricas” seja alargada e dividida em duas partes. A primeira parte deveria centrar-se nos números naturais, incluindo as operações com números naturais (isto é, adição, subtracção, multiplicação, divisão), no 4º Ano, e com todos os números inteiros (positivos e negativos) no 8º Ano. A segunda área de conteúdo que implica a vertente numérica deveria centrar-se nas fracções. No 4º Ano, deveria implicar o início do trabalho com fracções e casas decimais, incluindo o reconhecimento, representação e comparação e ordenação. O âmbito devia ser alargado por forma a incluir operações com fracções, casas decimais e percentagens no 8º Ano. Da mesma forma, o conteúdo dos trabalhos com números naturais e fracções nos testes estatais deveria ser alargado e incluir estes conceitos e operações, à medida que os mesmos se vão desenvolvendo a cada ano, particularmente nos 5º, 6º e 7º Anos – anos escolares em que o teste da NAEP não é disponibilizado.
- 36) O Painel recomenda uma maior harmonia na definição e avaliação da álgebra, tanto ao nível do 4º Ano como do 8º Ano da NAEP. O Painel recomenda vivamente que os problemas de “álgebra” que envolvam padrões sejam significativamente reduzidos nestes testes. Esta mesma consideração é válida para os testes estatais.

- 37) Os testes estatais e a NAEP deverão ser da mais elevada qualidade matemática e técnica. Para esse efeito, os estados e a NAEP deveriam desenvolver procedimentos para o desenvolvimento, controlo de qualidade e supervisão das questões, por forma a garantir que as questões dos testes reflectem as melhores características de formulação dos tópicos, que apresentam a mais elevada qualidade matemática e psicométrica e que avaliam o que se pretende, minimizando as fontes de variação no desempenho não relacionadas com a Matemática (isto é, as fontes de influência não-matemática sobre o desempenho dos alunos).
  
- 38) As calculadoras não deverão ser utilizadas em questões destinadas a avaliar a capacidade de cálculo.

### **Políticas e Mecanismos de Investigação**

- 39) É fundamental desenvolver estudos científicos metodologicamente rigorosos em áreas nucleares das necessidades nacionais, tais como o ensino e a aprendizagem da matemática. Os investigadores, educadores, responsáveis políticos estatais e federais, fundações privadas e agências de investigação têm dado e podem continuar a dar importantes contributos para atingir este objectivo. Em particular, é necessária mais investigação que identifique: 1) práticas, materiais e princípios didácticos eficazes do projecto educativo, 2) mecanismos de aprendizagem, 3) formas de potenciar a eficácia dos professores, incluindo a formação dos professores, que estejam directamente relacionadas com a medição objectiva dos resultados dos alunos, e 4) questões e características dos testes que melhorem a avaliação dos conhecimentos matemáticos. Apesar de o número destes estudos ter vindo a aumentar nos últimos anos devido a alterações às políticas e prioridades das agências federais, estes estudos estão apenas a começar a produzir resultados, e o seu número permanece relativamente reduzido.
  
- 40) Tal como acontece em todas as áreas do ensino, a grande maioria dos estudos recolhidos sobre temas importantes do ensino da matemática é consideravelmente reduzida sempre que se aplicam os critérios actuais de rigor e generalização. Assim sendo, o Painel recomenda que as agências governamentais que financiam a investigação dêem prioridade não apenas ao aumento da oferta de estudos que abordem o ensino da matemática, mas que também garantam que esses projectos cumprem critérios metodológicos rigorosos, com ênfase no apoio a estudos que incluam formulações aleatórias controladas (ou seja, formulações em que sejam aleatoriamente atribuídas condições aos alunos, turmas ou escolas, e estes sejam estudados em circunstâncias criteriosamente controladas) ou formulações quasi-experimentais metodologicamente

rigorosas. Estes estudos deverão possuir valor estatístico adequado, o que exigirá fundamentação substancial.

Impõe-se a realização, tanto de experiências a uma menor escala, sobre a ciência fundamental da aprendizagem, como experiências aleatórias a uma maior escala, que analisem práticas eficazes nas salas de aula, por forma a garantir o sólido aumento de investigações que abordem questões importantes sobre o ensino da matemática. A investigação de base sobre os mecanismos causais da aprendizagem e os ensaios aleatórios são essenciais e, dependendo das respectivas metodologias, ambos podem ser rigorosos e relevantes para as práticas educativas. A investigação de base, em particular, é necessária para desenvolver previsões correctas e para testar hipóteses – aspectos menosprezados na investigação actual sobre o ensino da matemática.

- 41) Os responsáveis pelos programas de licenciatura nas áreas da educação e afins deveriam garantir que é dada a atenção devida à formulação, análise e interpretação da investigação, para os professores e para os que iniciem cargos de liderança académica e educativa, por forma a potenciar a capacidade nacional de conduzir e recorrer a investigação rigorosa.
- 42) Deveriam ser disponibilizados novos financiamentos para estabelecer mecanismos de apoio a mudanças de carreira (os incentivos à mudança de carreira, ou incentivos K – “*K awards*”<sup>3</sup> – dos Institutos Nacionais da Saúde – “*National Institutes of Health*” – representam um exemplo). Muitos investigadores bem-sucedidos que estudam as componentes básicas da aprendizagem da matemática não estão directamente envolvidos em investigação educativa relevante. Apesar de este tipo mais básico de investigação ser importante por direito próprio e como base fundamental de concepção de projectos de aprendizagem ao nível das salas de aula, pelo menos alguns destes investigadores têm o potencial de ter contributos directamente mais relevantes para a investigação educativa. Por conseguinte, a disponibilização de incentivos que alterassem a tónica dos seus programas de investigação poderia fortalecer a capacidade investigativa na área.
- 43) Deveria disponibilizar-se apoio para incentivar a criação de equipas interdisciplinares de investigação, incluindo especialização em psicologia educativa, sociologia, economia, desenvolvimento cognitivo, matemática e educação matemática.

---

<sup>3</sup> <https://www.nichd.nih.gov/training/extramural/Pages/career.aspx>

## TRADUÇÃO

### *Painel Consultivo Nacional de Matemática* | RELATÓRIO FINAL

- 44) As escolas de ensino completo (pré-escolar ao secundário) deveriam gozar de incentivos e recursos para disponibilizar instalações e incentivar a colaboração na investigação educativa.
  
- 45) As barreiras desnecessárias à investigação deviam ser reduzidas. Apesar de as orientações existentes para a protecção dos temas das ciências humanas deverem ser plenamente respeitadas, os procedimentos do Conselho de Análise Institucional (*"Institutional Review Board"*) deveriam ser agilizados para a investigação educativa que se qualifique como sendo de risco reduzido ou mínimo. As deliberações do Conselho Nacional para as Ciências Educativas (*"National Board for Education Sciences"*) sobre a disponibilização dos dados individuais dos alunos aos investigadores, com as devidas salvaguardas, deviam ser apoiadas.