SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

Proposta de Resolução da Prova Final de Matemática
Código 92 – 1.ª Fase - 2017
27 de junho de 2017

Caderno 1

1. (C)

2. $\dfrac{0{,}1}{0{,}000004} = 25000 = 2{,}5\times 10^4$

3. (B)

4.

$20\ \ cm = 0{,}2\ \ m$

$\cos(10^{\text{o}}) = \dfrac{\overline{CE}}{4{,}1} \Leftrightarrow \overline{CE} = 4{,}1\times\cos(10^{\text{o}})$

$\overline{CE} \approx 4{,}0385 \approx 4{,}039\,m\ \ (3cd)$

$\overline{AB} \approx 4{,}039 + 0{,}2 = 4{,}239\,m$

Resposta: A distância da lâmpada do candeeiro ao tabuleiro da ponte $(\overline{AB})$ é 4,2 m com a aproximação pedida.

5

5.1

Por exemplo, a reta AC

5.2

5.2.1

Sabe-se pelo teorema de Pitágoras que

$\overline{AT}^2 = \overline{AS}^2 + \overline{ST}^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 4^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 16 + 36 \Leftrightarrow \overline{AT}^2 = 52 \Leftrightarrow \overline{AT} = \pm\sqrt{52}$

Como $\overline{AT} > 0,\ \ \overline{AT} \approx 7{,}2cm\,(1cd)$

5.2.2

$V_{[AFGE]} = \dfrac{A_{[EFG]}\times\overline{AF}}{3} = \dfrac{A_{[EFG]}\times 9}{3} = 3\times A_{[EFG]}$

$A_{[EFG]} = \dfrac{\overline{FG}\times\overline{FE}}{2}$, sendo $\overline{FG} = \overline{FE}$, logo $A_{[EFG]} = \dfrac{\overline{FG}^2}{2}$

Ora, $\Delta_{[EFG]} \sim \Delta_{[RST]}$ porque ST é paralela a FG, logo os triângulos têm dois ângulos iguais (ângulos $STA\ e\ FGA$ e ângulos $AST\ e\ AFG$)

Assim,

$$\frac{\overline{AF}}{\overline{AS}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{ST}} \Leftrightarrow \frac{9}{6} = \frac{\overline{FG}}{4} \Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{9 \times 4}{6} \Leftrightarrow \overline{FG} = 6 \ \ cm$$

$$A_{[EFG]} = \frac{6^2}{2} = 18 \ \ cm^2$$

Logo, o volume da pirâmide $V_{[AFGE]} = 3 \times 18 = 54 \ \ cm^3$

Outro processo:

Calculando o volume da pirâmide $[ARST]$, $V_{[ARST]} = \dfrac{\frac{4 \times 4}{2} \times 6}{3} = 16 \ \ cm^3$

Como as pirâmides $[ARST]$ e $[AEFG]$ são semelhantes, sendo a razão de semelhança,

$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ então $V_{[AEFG]} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times 16 = 54 \ \ cm^3$

FIM DO CADERNO 1

Caderno 2

6.

6.1

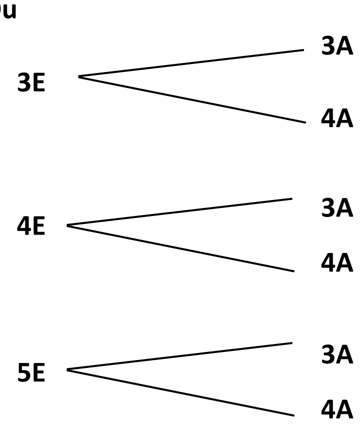
N.º de casos favoráveis: 1
N.º de casos possíveis: 3

P (“escolher uma sala com um número par”) = $\frac{1}{3}$

6.2 Sendo E o acontecimento “escolher espanhol”, A “escolher alemão” , 3 “escolher a sala 3”, 4 “escolher a sala 4” e 5 “escolher a sala 5”, tem-se, por exemplo, que 3A corresponde ao acontecimento “escolher a sala 3 e alemão”.

	3A	4A
3E	**(3E, 3A)**	**(3E, 4A)**
4E	**(4E, 3A)**	**(4E, 4A)**
5E	**(5E, 3A)**	**(5E, 4A)**

Ou



N.º de casos favoráveis: 4
N.º de casos possíveis: 6

P(" escolher salas com números diferentes") = $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

7.

Seja T_n o número de círculos do termo de ordem n, então

1.º termo é 6, ou seja, $T_1 = 6$

2.º termo $6 + 1 \times 3, ou\ seja,\ T_2 = 9$

3.º termo é $6 + 2 \times 3$, ou seja, $T_3 = 12$

então, uma vez que cada termo tem mais três círculos do que o anterior, conclui-se que

$T_{100} = 6+99\times 3 = 6+297 = 303$

Ou, determinando o termo geral da sequência, tendo em conta que o primeiro termo é 6 e cada termo obtém-se do anterior adicionando 3 unidades,

$T_n = 3n+3$, então $T_{100} = 3\times 100+3 = 303$

8. (D)

9.

$A(4,0) \quad B(2, y_B) \quad C(0, y_B) \qquad y_B = y_C$

$y_B = f(2) = 2\times 2^2 = 2\times 4 = 8$

$\overline{OC} = 8$

logo

$A_{[OABC]} = \frac{\overline{OA}+\overline{CB}}{2}\times\overline{OC} = \frac{4+2}{2}\times 8 = 24$

Resposta: A área do trapézio é 24 u.a.

10.

$6x^2 - x - 1 = 0$

Aplicando a fórmula resolvente com $a = 6,\ \ b = -1,\ \ c = -1$ vem que,

$x = \frac{1\pm\sqrt{1+24}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1\pm\sqrt{25}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{1-5}{12} \vee x = \frac{1+5}{12} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{2}$

$C.S. = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right\}$

11.

$$3(1-x) > \frac{x+5}{2} \Leftrightarrow \underset{(\times 2)}{3} - \underset{(\times 2)}{3x} > \frac{x+5}{2} \Leftrightarrow 6-6x > x+5 \Leftrightarrow -6x-x > 5-6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -7x > -1 \Leftrightarrow 7x < 1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{7}$$

$$C.S. = \left]-\infty, \frac{1}{7}\right[$$

12. (A)

13.

$$\left(6^4\right)^2 \times 6^3 \times 2^{-11} = 6^8 \times 6^3 \times 2^{-11} = 6^{11} \times 2^{-11} = 6^{11} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = \left(\frac{6}{2}\right)^{11} = 3^{11}$$

14.

$$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

15. (D)

16.

A amplitude do arco BC é $2 \times 40^{\circ} = 80^{\circ}$

A amplitude do arco ABC é $120^{\circ} + 80^{\circ} = 200^{\circ}$

A amplitude do arco AC é $360^{\circ} - 200^{\circ} = 160^{\circ}$

$A\hat{B}C = \dfrac{160^{\circ}}{2} = 80^{\circ}$ porque o ângulo de vértice em B é inscrito.

Outro processo:

$A\hat{C}B = \dfrac{120^{\circ}}{2} = 60^{\circ}$ pelo que $A\hat{B}C = 180^{\circ} - 40^{\circ} - 60^{\circ} = 80^{\circ}$

17. (D)

18.

Por exemplo, $a = -3$ e $b = 2$, $-3 < 2$ e $(-3)^2 > 2^2$, pois $9 > 4$

Observação: Se $a < b < 0$, a afirmação será sempre falsa.

FIM DO CADERNO 2

FIM