Contribuição para uma análise do documento das Aprendizagens Essenciais de Junho de 2021

(António Bivar, 25 de Junho de 2021)

A "Matemática escolar", ou seja, o conjunto de conhecimentos da área da Matemática que se pretende que os alunos adquiram ao longo dos 12 anos da escolaridade obrigatória, deve merecer extrema atenção e cuidados da parte das autoridades que determinam os conteúdos e demais aspectos dos correspondentes programas. Levando em conta as propriedades próprias da Matemática, em particular o carácter fortemente cumulativo desta ciência e o notável poder de síntese de que se reveste, há um extenso conjunto de temas que inevitavelmente têm de integrar esses programas, não havendo uma margem muito larga para variações nem quanto ao conteúdo nem quanto à progressão, ao longo desses anos. Alguns deles têm vindo a ser transmitidos de geração em geração ao longo dos séculos, em certos casos mesmo dos milénios, e o progresso científico da Humanidade testemunha a eficácia de muitos dos métodos que têm sido adoptados e aperfeiçoados nestes longos períodos de tempo para organizar de forma adequada o conjunto de teorias que devem constituir a referida Matemática escolar. Esta tem todas as características de exigência e rigor de qualquer teoria Matemática e não se compadece com um tratamento leviano que desconheça os respectivos fundamentos, não respeitando essa exigência e esse rigor, mais a mais atendendo à necessidade crucial de que se leve em conta as capacidades próprias dos alunos das diversas faixas etárias.

Apenas a longa experiência de muitas gerações permitiu o "milagre" de tornar possível a aquisição nesse escasso tempo de 12 anos, e começando na infância, de conhecimentos que a Humanidade levou milénios a desenvolver. Infelizmente, em muitos países ocidentais e ao longo de algumas décadas próximas passadas parece terem sido esquecidos por diversos responsáveis alguns destes princípios fundamentais, o que também já tem vindo a ser denunciado em diversas instâncias, há já não poucos anos[1].

O documento em análise, na sequência de outros com características idênticas recentemente aprovados[2] pelo actual ME, é um exemplo típico de retrocesso a essas

---

[1] *Cf.*, por exemplo, entre inúmeras publicações, duas com tradução portuguesa: WU, Hung Hsing, *Understanding Numbers in Elementary School Mathematics*, AMS (2011) (tradução portuguesa: *Compreeender os Números na Matemática Escolar*, SPM, Porto (2017)) LIPING MA, *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*, 20th Anniversary Edition, New York and London (2020), (tradução portuguesa: *Saber e Ensinar Matemática Elementar*, Colecção Temas de Matemática, SPM. O primeiro autor foi o principal responsável pelos "Common Core Mathematics Standards" americanos de 2011.

[2] *Cf.* os pareceres da SPM: https://www.spm.pt/files/Parecer_aluno_spm.pdf, https://www.spm.pt/news/parecer-sobre-os-documentos-aprendizagens-essenciais-matemtica-consulta-pblica-at-462018, https://www.spm.pt/news/parecer-sobre-os-documentos-aprendizagens-

formas gravemente deficientes de encarar a Matemática escolar, que se julgaria estarem ultrapassadas no nosso país, com a agravante de se referir aos primeiros nove anos de escolaridade, certamente os mais decisivos para toda a formação dos alunos. Ilustraremos esta afirmação analisando o modo como são tratados neste documento alguns dos temas-charneira da Matemática do Ensino Básico em duas das áreas cruciais que a compõem (Números e Geometria) e procurando deixar claro por que razão consideramos gravemente inadequado esse tratamento. Muito ficará mesmo assim por dizer da impressionante soma de incoerências e falhas deste documento; não pretendemos ser exaustivos, pois o que se segue é, quanto a nós, largamente suficiente para justificar a nossa oposição liminar à aprovação de um documento deste teor, que consideramos mais um péssimo prenúncio para o que o ME se prepara para promover a nível do curriculum de Matemática do Básico e Secundário.

Números: dos naturais aos reais

O alargamento progressivo do campo numérico é um dos fios condutores primordiais da Matemática escolar. O modo como se devem apresentar, neste âmbito, os diversos conjuntos numéricos, em estreita relação com a respectiva utilização na compreensão dos fenómenos naturais e nas necessidades da vida em sociedade, admite algumas variantes, mas dentro de uma margem estreita de possibilidades. É possível apresentar, numa progressão coerente, o sucessivo alargamento do campo numérico, ancorando em momentos estratégicos os números à respectiva representação na recta numérica, não se vislumbrando uma alternativa adequada a esta construção, neste nível de ensino; neste quadro, com os devidos cuidados, há que apresentar as operações aritméticas tanto quanto possível como extensões directas das inicialmente definidas para números naturais, sem escamotear o facto de que, em certos momentos, é necessário introduzir *ad hoc* noções essencialmente novas, e fazer as ligações indispensáveis às necessidades que ditaram os alargamentos sucessivos das classes de números, em ligação com a utilização da Matemática "no mundo real".

Infelizmente, neste documento, todas estas preocupações estão objectivamente ausentes, ainda que proclamadas em abstracto; a recta numérica surge no 1º ano, sendo considerada um conceito adequado para, mesmo nesta fase inicial, representar os números naturais e ilustrar as operações de adição e subtracção, mas, salvo como suporte para o cálculo mental com naturais no 2º e no 3º ano, apenas volta a surgir no 5º ano, sem sequer se fazer, logo que possível, ou seja, no 2º ano, a ligação desta representação dos números com a noção de medida de comprimento ou de distância[3], essencial para uma introdução, que surja naturalmente, dos números racionais não negativos, enquanto extensões dos naturais, que, no entanto, se pretende (e bem)

essenciais-do-ensino-secundrio, https://www.spm.pt/news/parecer-sobre-o-documento-recomendaes-para-a-melhoria-das-aprendizagens-dos-alunos-em-matemtica.

[3] Com efeito, é a distância à origem, fixada esta e o ponto que representa a unidade, que determina quais os pontos que representam os restantes números naturais e, mais tarde, quaisquer números, desde que se leve em conta também o respectivo sinal.

começar a esboçar nesse mesmo 2º ano. Aliás, não se dá a devida importância ao facto de ser essencialmente para a expressão de medidas de grandezas que as fracções surgem, um passo essencial para colmatar a insuficiência dos números naturais para este efeito; pelo contrário, reincide-se no erro pedagógico e científico, já amplamente denunciado como um dos motivos para as dificuldades usuais que os alunos manifestam na compreensão do tema das fracções, de salientar, em paralelo, diversos supostos "sentidos" das fracções, sem se distinguir o que é uma definição do que é uma operação e sem se mostrar como alguns desses alegados "sentidos diferentes" deste conceito são apenas formas diferentes de designar realidades idênticas (como "relação parte-todo" e "medida de grandeza fixada uma unidade", em que o "todo" pode ser identificado como uma "unidade" e a "relação parte-todo" como a "medida da parte", fixada essa unidade). Incompreensivelmente, embora se comece, desde o primeiro ano, o caminho para a identificação sucessiva dos números das diferentes classes com pontos da recta real, usando-a desde logo para representar os números naturais, interrompe-se abruptamente esse caminho até ao 5º ano, privando assim os alunos desta ancoragem segura do novo conceito de número que se pretende (e bem) que comecem a apreender desde o 2º ano. A incoerência chega ao ponto de se pretender que os alunos "compreendam" (no 3º ano) que 3/4 representa a divisão de 3 por 4, como exemplo do alegado "sentido de quociente" da fracção, num exemplo apresentado da partilha de três pizas por quatro pessoas, sem que previamente se tenha dado uma definição coerente quer do próprio número racional representado por 3/4 quer da extensão das operações de multiplicação e de divisão pelo menos a certos pares de racionais, de modo a ser possível ultrapassar o facto conhecido dos alunos de 3 não ser divisível por 4; ou seja, pretende-se dar um nome a uma entidade (o resultado da divisão de 3 por 4) que os alunos até ao momento sabem positivamente que não existe… O que a nível de uma fase avançada da formação matemática pode ser um passo de uma estratégia de motivação, devidamente estruturada, para uma construção algébrica dos números racionais, é totalmente inadequado a este nível do ensino. No entanto, com uma introdução adequada das fracções como medidas de grandezas, seria fácil ter previamente explicado que tomando uma piza para unidade[4], 3/4 representa a reunião de três pedaços resultantes da divisão de uma piza em quatro partes iguais; não há ainda aqui qualquer intenção de dividir três pizas em quatro partes iguais (nem é preciso dispormos de três pizas para ilustrar este conceito), nem 3/4 representa ainda essa operação. Depois já se poderia verificar que, reunindo quatro porções, cada uma delas de 3/4 de piza, se reconstituiriam três pizas, o que é uma ilustração, com a grandeza piza, de que adicionando quatro parcelas iguais a 3/4 o resultado é 3, ou seja, 4 vezes 3/4 é igual a 3 e é por isso que faz sentido dizer que 3/4 é o resultado da divisão de 3 por 4; em particular, o que este resultado aritmético nos diz, é que a maneira de se dividir as três pizas em quatro partes iguais é tomar quatro porções, correspondentes,

[4] Idealmente, fazendo preceder este tipo de exercícios de uma análise adequada da grandeza área, falando em equidecomponibildade, etc., para que os alunos não confundam igualdade geométrica com igualdade de área e possam usar esse conceito para analisar este tipo de problemas envolvendo alimentos com formas geométricas simples, em que, intuitivamente, a igualdade de determinadas áreas representa a igualdade da "quantidade de alimento"…

cada uma delas, a 3/4 de piza; ou seja, não é um "sentido particular" da fracção 3/4, mas sim o facto de que este número, previamente definido e com uma interpretação precisa enquanto "medida da grandeza piza com a unidade escolhida", é o resultado da operação de divisão do número 3 pelo número 4, também previamente definida, agora no quadro dos números racionais positivos, em que uma tal divisão é sempre possível, ao contrário do que se passava no quadro dos naturais. Do mesmo modo, embora se dividirmos equitativamente 6 pizas por 3 pessoas caibam 2 pizas a cada pessoa, ninguém se lembrará de dizer que 2, que é exactamente o mesmo que 6/3, "tem o sentido de quociente". Só muito mais tarde se usará o traço de fracção para representar a operação de divisão em geral, porque serve de mnemónica para propriedades algébricas, envolvendo a divisão de números racionais ou mesmo reais quaisquer, idênticas às das fracções; a propósito diga-se que esta convenção e a necessidade de demonstrar essas propriedades, por serem novas relativamente às previamente conhecidas das fracções, também estão completamente ausentes deste documento, parecendo dar-se de barato que o traço de fracção representa desde o início a divisão do numerador pelo denominador e portanto automaticamente pode ser utilizado, sem aviso prévio, para a divisão de dois quaisquer números (mesmo não naturais, ao contrário do que acontecia nas fracções) e que a identidade da notação dispensa a análise da validade das diversas propriedades, ou pelo menos o reconhecimento de que tais propriedades careceriam de nova demonstração…

O mesmo grau de incompreensão revela-se noutros pontos também relacionados com a introdução das operações "sobre fracções"; os autores sugerem (adequadamente) que os alunos sejam levados a encarar a multiplicação de uma fracção por um número natural como uma adição de parcelas iguais dadas por essa fracção, em número dado pelo natural, tal como acontecia com o produto no quadro dos números naturais, mas parecem não se aperceber do facto de que a multiplicação, mesmo de um natural, por uma fracção como 3/4, usando o exemplo apresentado no documento, exige uma definição nova, já que não faz sentido falar numa adição que tenha "3/4 de parcela". Aconselham a "decompor o problema" em dois produtos sucessivos, por 3 e por 1/4 (dando de barato que se pretende manter a associatividade do produto e que esse facto deve ser óbvio para os alunos...), mas passam por cima do facto de não se ter uma definição óbvia do produto por 1/4, escrevendo pomposamente que multiplicar por uma fracção como 1/4 é *"dar significado à fracção como operador"*[5] (conceito

[5] Diga-se de passagem, que os autores invertem o significado habitual, e coerente com a linguagem comum, de "multiplicar" escrevendo *"multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração"*, quando naturalmente, o que se "multiplica" ("adicionando cópias") é a fracção; o número natural é o que determina o número de cópias, portanto é o número "que multiplica" ou "pelo qual se multiplica". Mantém-se esta inversão em seguida, quando se escreve *"multiplicar uma fracção por um número natural, dando significado à fracção como operador"*, sendo que aqui o sentido de "multiplicar" é de certo modo "figurativo" pois não faz em geral sentido interpretar essa "multiplicação" como uma soma de parcelas iguais, mas em qualquer caso, não é, neste caso, a fracção que se pretende "multiplicar", mas pretende-se antes que sirva de "multiplicador" ("operador" como os autores gostam de referir) em algum sentido a definir. Esta inversão deve assentar em alguma intenção de reproduzir na linguagem a ordem pela qual se escrevem os factores, mas essa ordem também é ditada pela linguagem

totalmente desajustado a esta fase do ensino) e, sem mais explicações, esperando que os alunos deduzam que se trata de dividir por 4 (como fica sugerido pelo esquema apresentado), sem que previamente se tenha feito um estudo adequado da divisão de fracções por naturais (ou mesmo de naturais em geral por naturais, já no quadro dos racionais não negativos), nem se tenha motivado adequadamente (o que é evidentemente possível) esta definição *ad hoc,* que não pode naturalmente ser encarada como previamente conhecida. Este desvario parece radicar na ilusão de que deveria ser óbvio para os alunos que o conceito de, por exemplo, "1/3 de 5" se deve traduzir forçosamente pelo produto de 1/3 por 5, o que só é óbvio para quem, como os autores, há muito tempo está habituado às operações com fracções ou para quem reflectiu maduramente acerca destas questões e adoptou uma linha coerente de raciocínio; à partida "1/3 de 5" se quisermos entender "5" como uma unidade, em relação à qual se pretende dar um sentido a "1/3", será quando muito, por analogia com o sentido geral que se atribui às fracções enquanto medida de grandeza, fixada uma unidade, "5 a dividir por 3", com alguma definição adequada desta operação. A identificação desta divisão com o produto por 1/3 é uma opção que tem de ser explicitamente tomada, qualquer que seja a motivação que se use; uma possível e talvez a mais simples será verificar previamente que o produto inverso, que tem um sentido claro ("5 vezes 1/3" é a soma de cinco parcelas iguais a 1/3), acaba por ser igual a 5/3 que é também igual a "5 a dividir por 3" (já que se terá verificado previamente que 3 vezes 5/3 é igual a 5), pelo que para mantermos a comutatividade do produto é adequado *definir* "1/3 vezes cinco" como "5 a dividir por 3". Depois também é necessário optar por estender esta definição de "multiplicação por 1/3" a todos os números dados por fracções…

Como infelizmente seria de esperar, esta forma desestruturada de abordar a introdução aos racionais, reflete-se negativamente na introdução das dízimas (termo que nem sequer é usado até que, a partir do 8º ano, se fale em "dízimas finitas e infinitas", sendo substituído pelo uso sistemático do adjectivo "decimal" como substantivo, um aparente anglicismo) e das operações realizadas usando esta representação de uma classe particular de números racionais. Não se explicita uma definição adequada para as dízimas, enquanto representação alternativa de fracções decimais, e omitem-se definições imprescindíveis para operações sobre números representáveis deste modo; não havendo definições prévias genéricas para as operações com números na forma de fracções, a aritmética das dízimas fica desprovida de significado. A introdução prematura da calculadora vem mascarar de modo desastroso esta falha grave.

Assinale-se um pormenor significativo da geral incompreensão que se revela nesta abordagem das fracções, nomeadamente uma tarefa recomendada aos alunos no 6º ano: *"Representa geometricamente 1/2 × 1/5 num quadrado de lado 10"*. Presume-se que o que se pretendia era que o aluno usasse um quadrado com os lados decompostos

---

comum, pois quando se lê, por exemplo "três vezes um meio" indica-se claramente que 1/2 é tomado "três vezes" como parcela numa soma; no entanto não deixa de ser 1/2 que é "multiplicado" e 3 "que o multiplica"; trata-se portanto da "multiplicação de 1/2 por 3", ainda que na fórmula se escreva o 3 antes de 1/2...

em dez partes iguais, mas tomando o lado todo do quadrado para unidade de comprimento e o quadrado todo para unidade de área, delimitando depois no quadrado um rectângulo de lados 1/2 e 1/5, aproveitando o quadriculado obtido com a tal decomposição dos lados (cinco segmentos seguidos da decomposição constituindo um de comprimento 1/2 e dois segmentos da decomposição constituindo um de comprimento 1/5), e verificando que esse rectângulo de lados 1/2 e 1/5 fica decomposto em 5 x 2 = 10 quadrados, de entre os 100 que compõem o quadrado unitário, tendo portanto área 10/100, ou seja, 1/10 = 1/2 x 1/5 (se já se tivesse definido devidamente o que é este produto e percebido como calculá-lo...). Assim, das duas uma, ou se pode utilizar esta construção para ilustrar a validade da fórmula para o cálculo da área de um rectângulo de lados fraccionários, ou para motivar a definição do produto de números dados por fracções, de modo a manter a validade dessa fórmula, se não se tiver dado uma definição prévia, com outra motivação, desse conceito. Mas a formulação revela que o próprio autor deste enunciado não percebeu o que nele está objectivamente expresso, o que invalida o exercício para o fim que teria em vista... em rigor se o quadrado "tem lado 10" (o que obriga a presumir que se fixou uma unidade de comprimento) "1/2 x 1/5" seria 1/10 da área de um dos 100 quadradinhos unitários em que o quadrado de lado 10 se pode decompor... Como na altura devida não se definiu adequadamente o significado de uma fracção enquanto expressão da medida de uma grandeza, nem se efectuou desde o início as conexões devidas com as medidas de comprimento e de área, o resultado foi chegar-se ao 6º ano com este grau de incompreensão revelado pelos próprios autores; como é possível esperar que um tal documento possa ser uma base útil para o ensino da Matemática no Básico?

Em vão se procura em todo o documento uma referência aos algoritmos da multiplicação e da divisão com dízimas. Mesmo quanto aos algoritmos para números naturais, não se refere nunca o algoritmo mais sintético da subtracção (por compensação) e quanto ao da divisão inteira na forma mais sintética apenas é referido para se dispensar a respectiva utilização (no 4º ano); assim se pretende consumar a destruição deste património específico do ensino português e de apenas alguns outros países, que tinha vantagens indesmentíveis sobre as versões mais extensas que em alguns países, como os Estados Unidos, sempre foram as únicas utilizadas. Não espanta que os autores também tenham eliminado destas "aprendizagens essenciais" o algoritmo de Euclides, um dos temas que permitia relacionar diversos conceitos anteriormente adquiridos, e em cuja utilização fica bem patente a vantagem do algoritmo mais sintético da divisão inteira; neste como noutras omissões gritantes que referiremos, contraria-se na prática o propósito tão solenemente exposto de valorizar as "conexões" entre diferentes temas do programa.

Um aluno que apenas adquira os conhecimentos expressos neste documento fica impossibilitado de utilizar de modo fluente as operações gerais de multiplicação e, por maioria de razão, de divisão de números racionais (mesmo apenas não negativos) para resolver problemas que ultrapassem os níveis mais básicos de dificuldade, quer na forma de fracções quer no caso particular das dízimas, por não dispor sequer de um sistema coerente de definições dessas entidades e dessas operações.

O panorama mantém-se na introdução dos números relativos e depois dos reais e das respectivas operações. Como exemplo, entre muitos, deste facto, o desprezo revelado pelos algoritmos tradicionais torna impossível uma abordagem compreensiva das dízimas infinitas, o que poderia ser conseguido desde o 8º ano, como está proposto no programa e metas ainda em vigor; quanto a este tema, nesse ano informa-se apenas que os números racionais correspondem a dízimas finitas ou infinitas periódicas, sem se referir qualquer justificação, e recomenda-se apenas que se "verifique" que as fracções próprias de denominador 9 não admitem uma representação decimal finita. Apenas se encontra na coluna das "aprendizagens essenciais" que sejam encontradas fracções apenas representáveis como dízimas infinitas periódicas, no caso muito particular em que o respectivo período se reduz a 3 ou 6… Apenas no 9º ano se retoma este tema, propondo-se *"tarefas que permitam diferenciar num conjunto de números racionais os que são representados por dízimas infinitas"*; presume-se que os autores quereriam dizer *"os que não podem ser representados por dízimas finitas"*, já que qualquer racional representável por uma dízima finita pode também ser representado por uma dízima infinita de período igual a 9…

Segundo se determina na coluna das "acções estratégicas" espera-se que os alunos apresentem conjecturas para que um racional seja representável por uma dízima finita, mas sem se destacar a necessidade de se chegar finalmente à ligação com as fracções irredutíveis com denominador de factores primos reduzidos a cópias de 2 e/ou 5, assunto que, aliás, poderia ter sido abordado muito antes; em contrapartida, recomenda-se, espantosamente, para o efeito, o uso da calculadora, como se fosse possível extrair conclusões úteis relativas a dízimas infinitas da observação de um número finito de casas decimais! Além disso o estudo dos reais é também relegado para o 9º ano e, embora se pretenda que o aluno reconheça a existência de pontos da recta numérica que não representam números racionais, consultando as "acções estratégicas de ensino do professor" associadas a este tópico, verifica-se que os alunos apenas devem ser "informados" da irracionalidade de $\sqrt{2}$ e π sem se aproveitar para apresentar uma demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$, perdendo-se mais uma vez a oportunidade de estabelecer interessantes conexões entre temas aparentemente díspares, como o Teorema de Tales, a decomposição em factores primos e a incomensurabilidade do lado de um quadrado com a respectiva diagonal.

A própria abordagem dos números racionais relativos deixa em aberto o modo de os introduzir e às respectivas operações, de um modo que os torne extensões naturais a toda a recta numérica do que já era conhecido para a semi-recta dos não negativos, havendo apenas indicações vagas nesse sentido; separa-se artificialmente os inteiros numa fase inicial, numa abordagem que parece radicar no equívoco de que é necessário ou útil conceptualmente começar desde o início por os separar dos restantes racionais, como acontece na construção algébrica, usual a nível superior, em que se começa pelos inteiros (relativos) logo após a introdução dos naturais e só depois se introduzem todos os racionais; ora, na abordagem da matemática do básico, dispondo-se já de todos os racionais positivos, antes de se introduzirem os negativos, não há qualquer necessidade conceptual de começar por introduzir a noção de "número negativo" apenas para os inteiros, nem resulta desta manobra inútil qualquer simplificação na extensão dos números à semi-recta da recta numérica oposta à dos números não negativos; e, em Matemática, o que é inútil é quase sempre pernicioso, perdendo-se a oportunidade de aproveitar plenamente o poder que síntese que é próprio desta ciência. Isto independentemente de se poderem privilegiar, como exemplos iniciais, casos simples eventualmente apenas com inteiros, mas sem haver necessidade de adiar outros exemplos em que não faz qualquer sentido restringirmo-nos a inteiros, envolvendo por exemplo termómetros, etc.

Geometria

A Geometria elementar, juntamente com a Aritmética, constitui um dos dois pilares fundamentais em que assenta toda a Matemática. Situando-se na charneira entre a observação do mundo exterior e a modelação própria da Matemática é um dos campos privilegiados em que se podem realizar progressos sustentáveis na compreensão do método dedutivo próprio da Matemática. Para o efeito é indispensável respeitar uma estrutura adequada na apresentação dos temas, que permita despertar nos alunos a necessidade de validar as conjecturas de carácter geométrico, que a observação da realidade pode induzir. Neste documento, pelo contrário, desprezando-se totalmente a estrutura do programa ainda em vigor, os temas geométricos são apresentados como um conjunto de curiosidades a explorar pelos alunos, sem qualquer preocupação de distinguir o que é uma demonstração de uma simples conjectura sugerida por uma experiência particular. Apontamos dois exemplos que o ilustram, entre inúmeros outros que se poderiam referir.

Um primeiro exemplo é o facto de se pretender que os alunos justifiquem, no 6º ano, que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um raso, mas apenas recorrendo a experiências visuais, enquanto que a igualdade dos ângulos alternos internos, que permitiria justificar adequadamente de modo simples e sugestivo aquele facto, é relegada para o 7º ano, sem que dessa propriedade se extraiam depois quaisquer conclusões interessantes que justifiquem o destaque (tardio) que lhe é dado. Os autores deveriam meditar acerca do facto de que esta propriedade dos triângulos está indissoluvelmente ligada à existência e unicidade da paralela a uma dada recta passando por um ponto a ela exterior, característica da geometria euclidiana, pelo que é significativo o uso, para este fim, da referida propriedade dos ângulos alternos internos que resulta da caracterização das paralelas através da igualdade dos ângulos correspondentes nelas determinados por uma secante (que é, além disso, uma forma intuitiva de aferir o paralelismo de modo controlável “a distância finita”), características próprias da geometria euclidiana. Fazendo experiências à superfície da Terra, por exemplo, com o que experimentalmente nos pareceriam perfeitos segmentos de recta constituindo triângulos, se utilizássemos trajectos suficientemente extensos, veríamos como seríamos levados a conclusões muito diferentes…

Em algum momento, pelo menos no final do Básico, deveriam os alunos ser confrontados com este tipo de questões, como ocorria no 9º ano no programa ainda em vigor, em que se abordavam algumas questões relativas à axiomatização da Geometria, mas depois de um longo percurso começado anos antes, em que se ia progressivamente percorrendo os temas de Geometria com essa preocupação de estabelecer a ponte entre as observações e o raciocínio dedutivo; mais uma característica da Matemática tão acalentada em termos teóricos neste documento mas tão mal servida na prática com a organização proposta, em particular dos temas de Geometria.

Um segundo exemplo é a maneira como é tratada a semelhança de triângulos e de outras figura geométricas. Não há qualquer menção do Teorema de Tales nem qualquer definição de semelhança, para além de uma caracterização puramente retórica como a propriedade das figuras “com a mesma forma” e uma referência inconsequente (porque não devidamente traduzida em termos geométricos) a “figuras obtidas uma da outra por ampliação ou redução”. Todo este tema fica assim assente em experiências visuais sem qualquer suporte verdadeiramente matemático; o Teorema de Pitágoras também aparece desligado deste estudo, já que se admite que seja apresentada uma qualquer demonstração à escolha do professor, podendo deixar completamente na sombra a relação estreita entre a existência e propriedades de figuras semelhantes e a validade do Teorema de Pitágoras.