SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA

Sociedade Portuguesa de Matemática
Av. da República 45, 3º esq.
1050–187 Lisboa
Tel. 217 939 785
www.spm.pt spm@spm.pt

Esclarecimento – Item 5 da Prova de Aferição do 8.º ano, 2017-2018

Após apreciação da prova de aferição do 8.º ano de escolaridade e no seguimento de solicitações apresentadas por professores, a Sociedade Portuguesa de Matemática enviou em devido tempo (dia 28 de junho), um alerta ao IAVE relativo ao item 5 da prova e respetivos critérios de correção que, no quadro dos documentos curriculares em vigor, não são adequados, pelas razões que adiante se expõem. No respeito pelo trabalho dos professores e respetivos alunos, a SPM vem agora tornar público esse alerta, esclarecendo o seguinte:

1. Nenhum dos desempenhos descritos nos Critérios de classificação corresponde a uma resolução completa do item 5 da referida prova que seja aceitável para o nível de escolaridade a que se destina a prova, no atual quadro curricular.

2. Nesse item pedia-se aos alunos o seguinte:

5. Na Figura 2, estão representadas duas retas concorrentes, r e s, e três retas paralelas entre si, a, b e c.

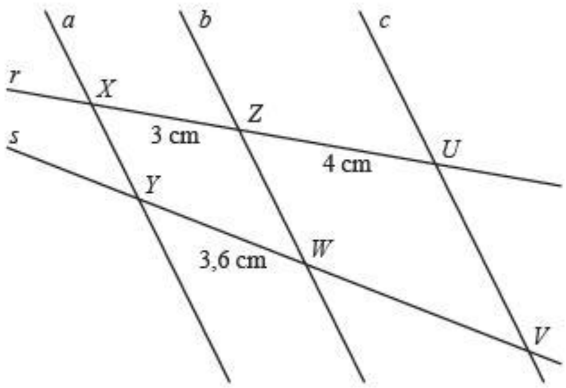


Figura 2

Sabe-se que:

- a reta a intersecta as retas r e s, respetivamente, nos pontos X e Y;
- a reta b intersecta as retas r e s, respetivamente, nos pontos Z e W;
- a reta c intersecta as retas r e s, respetivamente, nos pontos U e V;
- $\overline{XZ} = 3\text{ cm}$, $\overline{ZU} = 4\text{ cm}$ e $\overline{YW} = 3{,}6\text{ cm}$.

Determina $\overline{WV}$.

Apresenta o resultado em centímetros.

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Nos Critérios de classificação figuram, relativamente a este item, os seguintes descritores de desempenho:

DESCRITOR DE DESEMPENHO	CÓDIGO
Apresenta uma resolução que contempla as etapas seguintes: • escrever a proporção $\frac{\overline{WV}}{4}=\frac{3,6}{3}$ (ou equivalente); • obter o valor de $\overline{WV}$ (4,8 cm). **Exemplo:** $\overline{WV}$ ——— 4 3,6 ——— 3 $\overline{WV}=\frac{3,6}{3}\times 4=4,8\,(\text{cm})$	20
Apresenta uma resolução que contempla corretamente apenas a primeira etapa indicada. **Exemplo:** $\frac{\overline{WV}}{4}=\frac{3,6}{3}$ $\overline{WV}=\frac{3,6}{4}\times 3=2,7\,(\text{cm})$	10
Apresenta uma resolução que contempla corretamente apenas a segunda etapa indicada. **Exemplo:** $\frac{\overline{WV}}{4}=\frac{3}{3,6}$ $\overline{WV}=\frac{3}{3,6}\times 4=\frac{10}{3}\,(\text{cm})$	01
Dá outra resposta.	00
Resposta em branco.	99

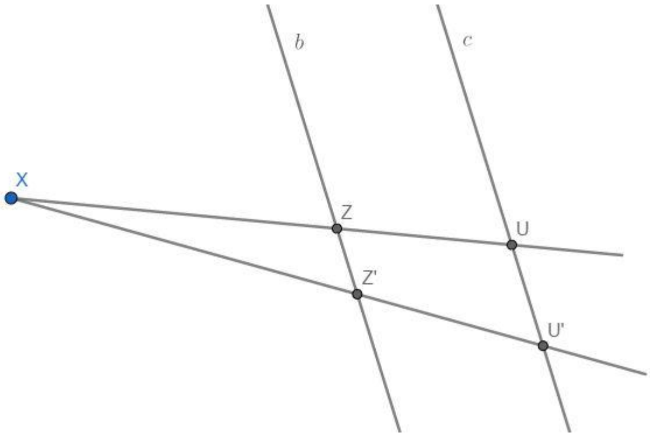
4. Ora, atendendo ao *Programa e Metas Curriculares* em vigor, a determinação do valor pedido, precedida apenas pela escrita da proporção $\frac{\overline{WV}}{4}=\frac{3,6}{3}$, sem qualquer justificação para a validade da mesma, não pode de forma alguma ser considerada adequada.

5. A versão do Teorema de Tales que o Programa preconiza (ver descritores GM7 4.4-4.7 das *Metas Curriculares* e respetivos comentários no *Caderno de Apoio do 3.º ciclo*, páginas 12 a 15), adotada na totalidade dos manuais avaliados e certificados do 7.º ano de escolaridade - e que corresponde ao efetivo trabalho dos professores e dos alunos durante o ano letivo - é a seguinte:

Teorema de Tales

Dadas duas retas concorrentes num ponto X e retas paralelas b e c que as intercetam nos pontos Z, U e Z', U' respetivamente, tem-se

$$\frac{\overline{XU}}{\overline{XZ}}=\frac{\overline{XU'}}{\overline{XZ'}}=\frac{\overline{UU'}}{\overline{ZZ'}}.$$

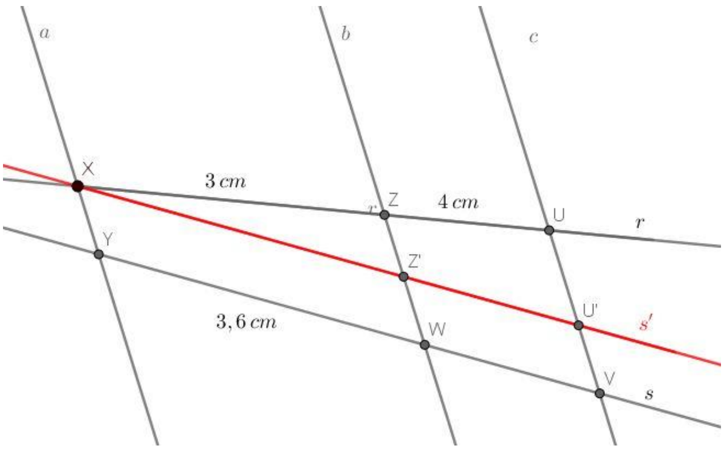


6. Assim, no quadro dos documentos curriculares em vigor e no respeito pelo trabalho dos professores e respetivos alunos, a resposta identificada mais acima com o código 20 não pode em caso algum corresponder a um desempenho adequado. Com efeito, nem o resultado que acabámos de descrever nem nenhum outro que os alunos devam conhecer até ao final do 8.º ano permite concluir imediatamente, a partir das condições do exercício, que tem lugar a proporção referida na resolução proposta.

   Entre as muitas respostas corretas, apresentamos de seguida duas resoluções possíveis:

   Resolução 1

   Considere-se a reta s' paralela a s que passa por X e que interseta b e c nos pontos Z' e U', respetivamente.



   Pelo Teorema de Tales, $\frac{\overline{XU}}{\overline{XZ}} = \frac{\overline{XU'}}{\overline{XZ'}}$. Como os quadriláteros $[XZ'WY]$ e $[XU'VY]$ são, por definição, paralelogramos (descritor GM5 2.7), têm lados opostos iguais (descritor GM5 2.16), pelo que $\overline{XZ'} = \overline{YW}$ e $\overline{XU'} = \overline{YV}$. Assim, $\frac{\overline{XU}}{\overline{XZ}} = \frac{\overline{YV}}{\overline{YW}}$, de onde se conclui que

$$\frac{3+4}{3} = \frac{3{,}6 + \overline{WV}}{3{,}6}, \qquad \text{ou seja,} \qquad \overline{WV} = \frac{7}{3} \times 3{,}6 - 3{,}6,$$

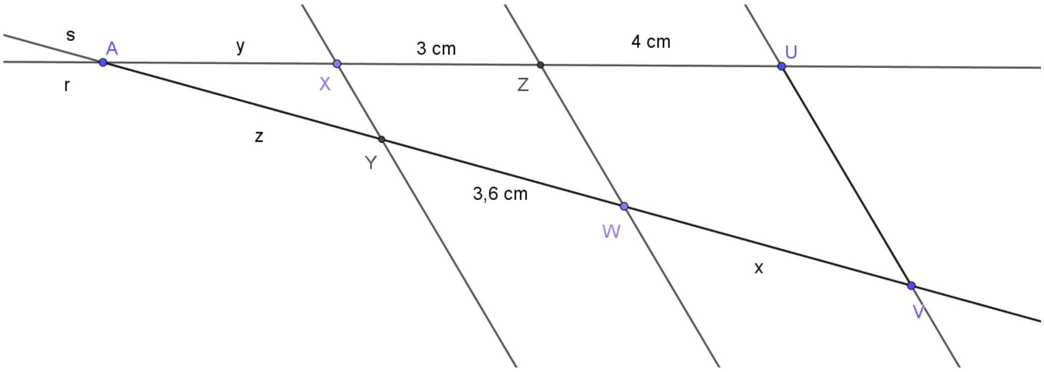
$$\text{pelo que} \quad \overline{WV} = \frac{4}{3} \times 3{,}6$$

   e portanto $\overline{WV} = 4{,}8\ cm$.

   Resolução 2

   Prolongando as representações das retas r e s até se obter o ponto A de interseção, tal como se ilustra na figura seguinte, designando a medida de $\overline{AX}$ por y e a de $\overline{AY}$ por z, ambos não nulas, estamos em condições de aplicar o teorema de Tales e concluir que

$$\frac{\overline{AZ}}{\overline{AX}} = \frac{\overline{AW}}{\overline{AY}} \Leftrightarrow \frac{3+y}{y} = \frac{3,6+z}{z} \Leftrightarrow 3z + yz = 3,6y + yz \Leftrightarrow z = 1,2y$$



Designando finalmente a medida de $\overline{WV}$ por x e aplicando de novo o Teorema de Tales, tem-se que

$$\frac{\overline{AU}}{\overline{AX}} = \frac{\overline{AV}}{\overline{AY}} \Leftrightarrow \frac{7+y}{y} = \frac{3,6+x+z}{z} \Leftrightarrow \frac{7+y}{y} = \frac{3,6+x+1,2y}{1,2y} \Leftrightarrow$$

$$8,4 + 1,2y = 3,6 + x + 1,2y \Leftrightarrow x = 4,8\ cm.$$

Nota: Regressando ao Teorema de Tales enunciado mais atrás neste documento, pode ler-se no Texto Complementar de Geometria (Caderno de Apoio do 3.º Ciclo, página 164) a proporção

$$\frac{\overline{UZ}}{\overline{ZX}} = \frac{\overline{U'Z'}}{\overline{Z'X}},$$

que constitui um corolário relativamente imediato do mesmo. A utilização direta desta propriedade não corresponde ao trabalho e à prática da generalidade dos professores do 3.º ciclo nem tão pouco figura nos manuais escolares. Contudo, a sua utilização permitiria simplificar levemente estas resoluções; em particular na Resolução 2, poderia concluir-se diretamente que

$$\frac{3}{y} = \frac{3,6}{z} \text{ e que } \frac{7}{y} = \frac{x+3,6}{z}.$$

Da primeira pode obter-se que $\frac{z}{y} = \frac{3,6}{3}$ e da segunda que $\frac{z}{y} = \frac{x+3,6}{7}$, de onde se conclui que $\frac{3,6}{3} = \frac{x+3,6}{7}$ e portanto $x = \frac{7}{3} \times 3,6 - 3,6$, ou seja, $x = 4,8\ cm$.

7. Resolver um problema matemático não consiste em avançar de forma vaga uma eventual resposta. Resolver um problema consiste em mobilizar a intuição para, de forma criativa, construir uma argumentação válida, ou seja, um elenco de pequenos passos cuja veracidade possa ser verificada de forma simples com base em teoremas e propriedades que devam ser conhecidos de todos os que se situam no nível de conhecimentos a que o problema se destina.

8. Considerar como válida uma argumentação não fundamentada em conteúdos programáticos tem consequências nefastas no ensino da Matemática. Como tal, a SPM considera urgente que a propagação deste equívoco seja de imediato evitada.

9. Por outro lado a SPM considera que qualquer resolução correta deste item envolve procedimentos específicos de elevada complexidade para o 8.º ano de escolaridade; assim, ao defendermos que os critérios de classificação propostos são inadequados, tal não significa que a SPM defenda que o item, tal como está enunciado, é adequado à prova em que se inclui, mesmo que com critérios de classificação devidamente estabelecidos.

10. O facto de, infelizmente, não ter sido possível corrigir a prova em devido tempo quanto a este ponto particular, não pode inibir nenhuma das entidades com responsabilidade no processo de chamar a atenção para as referidas incorreções, a partir do momento em que estas se lhes tornam manifestas. Considera por isso a SPM ser sua estrtita obrigação publicitar este seu entendimento relativamente a este item.

11. Por último, a SPM não pode deixar de salientar que um referencial de avaliação de uma prova de aferição deverá ser sempre preciso e rigoroso (como o Programa e as Metas Curriculares) e escrupulosamente aplicado na respetiva conceção e correção, a fim de não quebrar expectativas de alunos e professores que, naturalmente, deverão estranhar incorreções deste tipo, que são suscetíveis de criar grande insegurança quanto ao que deve ser a resolução adequada de um problema em provas como esta.