Sociedade Portuguesa de Matemática
Av. da República 45, 3.º E 1050 –187 Lisboa
Tel. 21 795 7939785 / Fax 21 795 2349
www.spm.pt spm@spm.pt

Lisboa, 15 de setembro de 2022

PARECER DA SOCIEDADE PORTUGUESA DE MATEMÁTICA À PROPOSTA DE REVISÃO CURRICULAR DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DE MATEMÁTICA A PARA O ENSINO SECUNDÁRIO

INTRODUÇÃO

A proposta de Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Secundário (RCAEMES), elaborada pelo grupo de trabalho (GT) coordenado pelo Professor Jaime Carvalho e Silva, foi colocada em consulta pública pelo Ministério da Educação de Portugal até dia 15 de setembro de 2022 [1].

Relativamente à Matemática A, trata-se de uma proposta que integra três documentos, correspondendo cada um deles a cada ano de escolaridade do Ensino Secundário (10.º, 11.º e 12.º ano). **Destina-se, portanto, ao ensino de matemática de alunos que pretendem prosseguir estudos no Ensino Superior em cursos em que esta disciplina é fundamental.**

A Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM) ao elaborar este parecer sobre os documentos que constituem a RCAEMES teve não só em conta o conhecimento matemático e pedagógico-didático que preconizam, mas também a sua redação, bem como um breve historial que convém assinalar.

Ponderados estes aspetos, no seu todo e cada um, **a SPM identificou no trabalho curricular proposto múltiplos e graves problemas** tanto relativos ao conhecimento matemático, como relativos ao conhecimento pedagógico-didático, **com repercussões diretas no futuro académico dos alunos que venham a ser a ele sujeitos**.

Em vez de contribuir para a melhoria da aprendizagem como advogam os seus autores, a homologação da RCAEMES na sua presente forma constituirá uma séria dificuldade para o efeito como mais à frente se fundamentará. Na verdade, em termos de conhecimento matemático e pedagógico-didático não se superam falhas e erros identificados nas anteriores Aprendizagens Essenciais[2], publicadas em 2018, o mesmo acontecendo em relação à redação. Além disso, em termos de ancoragem política, nem sequer se cumpre,

[1] Cf, https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/10_mat_a_cp.pdf
[2] Cf, Parecer da SPM https://www.spm.pt/parecer-sobre-os-documentos-aprendizagens-essenciais-do-ensino-secundrio

mais uma vez, o que foi determinado nas orientações políticas descritas no Despacho n.º 8476-A/2018, de 31 de agosto, a saber:

> *"... aprendizagens essenciais correspondem a um conjunto comum de* ***conhecimentos*** *a adquirir, identificados como os* ***conteúdos de conhecimento*** *disciplinar* ***estruturado****, indispensáveis,* ***articulados conceptualmente****,* ***relevantes e significativos****, bem como de* ***capacidades e atitudes*** *a desenvolver obrigatoriamente por todos os alunos em cada área disciplinar ou disciplina, tendo, em regra, por referência o ano de escolaridade ou de formação". Cada documento (Aprendizagens Essenciais de...) traduz "o* ***racional específico de cada disciplina****, bem como as* ***ações estratégicas de ensino*** *orientadas para o* ***Perfil dos Alunos****, visando o desenvolvimento das áreas de competências nele inscritas".* [3]

A SPM, como parceira educativa de pleno direito, tendo detetado no documento RCAEMES imprecisões, lacunas e erros de enorme relevância, relembra que em todos os seus pareceres tem alertado para dados objetivos e factuais que demonstram a existência de uma melhoria de vários indicadores do nosso sistema de ensino com a introdução dos Programas e Metas Curriculares revogadas em 2021– incluindo dados oficiais do próprio Ministério da Educação **– o que o GT omitiu sistematicamente, descartando essa correlação de forma sumária, assim como, saliente-se, a inédita falta de acompanhamento nas escolas durante o desenvolvimento destes programas, contrariamente ao que aconteceu em todos os anteriores lançamentos de novos programas de Matemática em Portugal.**

HISTORIAL

Com a proposta de RCAEMES pretende o Ministério da Educação substituir o documento com designação aproximada – Aprendizagens Essenciais de Matemática –, em vigor desde 2018/2019, vigente, portanto, há três anos.

Ainda assim, em dezembro de 2018, passados apenas três meses de estes começarem em aplicação nas escolas, o mesmo Ministério formou um grupo de trabalho (GT) com a missão de "*proceder à análise do fenómeno do insucesso, tendo em vista a elaboração de um conjunto de recomendações sobre a disciplina de Matemática*"[4]. Sendo publicada essa análise em finais de 2019, uma das recomendações do grupo foi:

> "(…) *a elaboração urgente de um currículo de Matemática para todos os ciclos de escolaridade (do 1.º Ciclo do Ensino Básico até ao final do Ensino Secundário). Este currículo* ***deverá substituir todos os Programas de Matemática, em particular o Programa e as Metas Curriculares em vigor, bem como as Orientações de Gestão Curricular e as Aprendizagens Essenciais que deles decorreram, eliminando a profusão de documentos curriculares nacionais díspares, que atualmente coexistem dirigidos ao ensino da Matemática***"

Em primeiro lugar, a SPM nota que antes de 2016 estava em vigor um documento

---

[3] Destaques nossos.

[4] Cf. https://dre.pt/pesquisa/-/search/117514006/details/normal?l=1

curricular unificado e coerente para esta e para outras disciplinas: Programa e Metas Curriculares (como em período anterior entrou em vigor um reajustamento ao Programa em 2003/2004, realizado após os primeiros anos de acompanhamento ao programa de 1997/1998 e Metas de Aprendizagem em 2010). **Portanto, por insólito que pareça, "*a profusão de documentos curriculares*" a que o GT se refere aconteceu entre 2016 e 2018, sendo estas** RCAEMES **prova disso mesmo.** Salientamos, novamente, que tudo aconteceu num ambiente inédito, jamais ocorrido aquando do lançamento de um programa de matemática: **"*esta profusão de documentos curriculares*", a que o GT se refere foi provocada sem ter sido concretizado qualquer acompanhamento aos Programas e Metas curriculares após entrarem em vigor nas escolas (no ano letivo 2015/16, no 10.º ano).**

A par desta questão, a SPM alertou, no parecer que realizou em 30 de outubro de 2019[5], para outras que se prendem com as justificações dadas pelo GT para alterar sem justificação plausível o Programa e Metas Curriculares, em vigor:

> "*a fundamentação apresentada pelos autores para suportar uma eventual revogação dos programas em vigor é magra e de caráter demasiado informal para um documento que deveria ser objetivo, diríamos até que abusiva perante os resultados apurados oficialmente. Esta decisão é remetida displicentemente para os capítulos 3, 4 e 6 do documento, sem que neles se vislumbre claramente uma justificação, e para o ponto 9.3,* ***em que se descreve um estudo genérico e pouco objetivo do Ministério sobre a perceção subjetiva dos professores sobre diversos tópicos, com conclusões claramente contraditórias com os resultados obtidos pelos alunos com estes programas como fica bem ilustrado nos gráficos da página seguinte***…"

Recuando mais no tempo, a SPM faz notar novamente que **a proposta de** RCMES**, agora apresentada, assim como as Novas Aprendizagens Essenciais para o Ensino Básico, já aprovadas, fazem retroceder o ensino da Matemática a um paradigma curricular que a organização por *standards/metas*, aceite internacionalmente a partir de início deste século superou**, até em virtude da participação dos países e regiões em programa de avaliação internacional como é o caso do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), da responsabilidade da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE) e do *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS), da responsabilidade da *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA)**, o que, sublinhe-se, não acontecia com as Metas Curriculares.**

Mais se vê **na proposta de** RCAEMES **que existe um grande retrocesso ao adotarem-se agora para a Matemática opções muito próximas, mas menos estruturadas do que as tomadas nos finais do século passado**. De facto, independentemente da discussão que determinados aspetos foram suscitando ao longo de anos à escala nacional, não apenas em círculos restritos, mas na sociedade em geral, **aparecem agora na** RCAEMES **algumas dessas opções que já tinham sido amplamente criticadas desde os princípios do Sec. XXI por se terem revelado nefastas no ensino da Matemática**.

---

[5] Cf. https://www.spm.pt/files/parecer_GDM(1).pdf

Situando o GT o documento na política educativa do século XXI/do futuro estranha-se a sua fixação em políticas educativas que são ancoradas em conceções que nas últimas décadas do século XX, com extensão para o início deste, se divulgaram em muitos países, sobretudo ocidentais, com resultados comprovadamente negativos.

Em termos nacionais as Novas Aprendizagens, tanto do Ensino Básico como, agora, nesta proposta para o Ensino Secundário, retomam algumas opções curriculares antigas, como detalhamos em seguida**.** Os principais erros, inerentes a essas opções, que contribuíram para o estado crítico em que se manteve o ensino da Matemática ao longo de décadas, regressam e alguns deles agravam-se ao longo de toda a escolaridade.

Estão em causa opções que, como a SPM tem vindo a afirmar nas devidas instâncias por repetidas vezes, foram responsáveis pelo estado muitíssimo crítico a que a aprendizagem da Matemática chegou em determinada época e de que diversas passagens do PISA deram conta factual [6]. De entre essas opções há que destacar as seguintes:

- Subalternização dos conteúdos curriculares, face ao protagonismo conferido às intituladas 'competências', formuladas de modo vago e, portanto, impossíveis de escrutinar;
- Introdução de forma inadequada das calculadoras, em 1991, que se apresentavam como panaceia para justificar uma menorização do treino de capacidades que integram de modo fundamental o pensamento matemático, como sejam, entre outras, a recordação/memorização, entendimento/compreensão e a prática dos algoritmos tradicionais sem nunca se apontarem devidamente as limitações e os perigos de uma tal utilização nos diversos níveis de ensino;
- Conceções psicopedagógicas erradas, como supor que os alunos de níveis mais elementares de escolaridade sejam "capazes de fazer Matemática de modo autónomo", nomeadamente, de "formular e investigar conjeturas matemáticas", sem um reconhecimento claro das grandes limitações inerentes ao recurso a essas capacidades incipientes pelos alunos na prática escolar e sem a devida valorização da necessidade de se garantir que os sucessivos patamares necessários de conhecimentos matemáticos sejam atingidos em tempo útil.

[6] A melhoria dos resultados foi objeto de atenção por parte da própria OCDE: "Macao (China) and Portugal were able to "move everyone up" in science, mathematics and reading performance over the past decade by increasing the number of top performers while simultaneously reducing the number of stu-dents who do not achieve the baseline level of skills. Their experiences demonstrate that education systems can nurture top performers and assist struggling students simultaneously." PISA 2015 RESULTS (VOLUME I): EXCELLENCE AND EQUITY IN EDUCATION

- Ver declarações do mais alto representante da educação da OCDE relativamente à evolução da aprendizagem em Portugal, por exemplo aqui: Andreas Schleicher: "Portugal é a maior história de sucesso da Europa no PISA". DN -10 fevereiro 2017) https://www.dn.pt/portugal/andreas-schleicher-portugal-e-a-maior-historia-de-sucesso-da-europa-no-pisa-5659076.html

ANCORAGEM IDEOLÓGICA

É referido no documento: "(…) *a aposta no Pensamento Computacional revela a aproximação do currículo às recomendações internacionais e também o alinhamento com o currículo de Matemática do Ensino Básico, favorecendo o desenvolvimento desta competência de forma integrada, coerente e progressiva*" (página 3, doc. do 10.º ano), mas o GT não esclarece quais as "*recomendações internacionais*" que guiaram esta proposta de novo currículo, indicando, em concreto, o/s documento/s usado/s como fonte.

Apesar desta lacuna, o GT assume na RCAEMES propósitos já "clássicos" em documentos similares, de entre os quais **destacamos** três.

O primeiro é "preparar cidadãos capazes de enfrentar desafios científicos e tecnológicos". Por exemplo, esta proposta começa por apresentar uma "Matemática Escolar Orientada para o Futuro" quando refere "*A sociedade e o mundo contemporâneos, marcados pela globalização, crescente digitalização, conectividade e automatização, e por uma aceleração do desenvolvimento tecnológico, enfrentam desafios nos quais o conhecimento matemático adquire um papel essencial, proporcionando conceitos, métodos, modelos e formas de pensar"* (página 1)

Assim, **retoma-se** a tendência de amputação da Matemática da sua **vertente humanística**, pois as vertentes científica e tecnológica não são bastantes para cumprir o objetivo de **preparar cidadãos**. Por exemplo, a superficialidade no tratamento de temas, a supressão/amputação do estudo progressivo de conhecimentos ou do desenvolvimento de capacidades que permitam alcançar um meio favorável ao desenvolvimento do raciocínio lógico ou hipotético-dedutivo dos alunos, foram problemas identificados como erros nas AE (um retrocesso relativamente aos Programas e Metas Curriculares) e que se mantêm nas RCAEMES. Estes erros estão patentes, por exemplo, no tratamento que o GT passa a dar a determinados temas que não permite desenvolver a estruturação do pensamento (passo a passo) e do rigor lógico, bem como da abstração, tão necessários a uma boa preparação para a vida.

Mais, **as AE no Ensino Básico preconizam desde os primeiros anos que os alunos devem ser capazes de "*formular e investigar conjeturas matemáticas*" sem que a par se cuide inequivocamente da necessidade de as validar, de as demonstrar e, em patamares superiores, as articular.** De igual forma, a estrutura apresentada nas RCMES, mesmo que no texto se refira essa necessidade, não cumpre tal propósito, pois a organização dos temas não o permite, até por se detetarem omissões de temas privilegiados para os fazer corretamente (por exemplo na área da Geometria). **Caminha-se pelos tópicos, no Ensino Básico em que os primeiros passos são omissos, até ao final do Ensino Secundário sem que a progressividade permita criar raízes ao raciocínio dedutivo**. Os sucessivos temas de geometria, por exemplo, não são devidamente articulados de forma a permitir que os alunos se apercebam da necessidade e da possibilidade de demonstrar a validade de uma proposição, ainda que sugerida por uma experiência executada.

Os alunos devem ser capazes de estabelecer conjeturas, após a análise de um conjunto de situações particulares, mas por outro lado deverão saber que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades – pode levar (e muitas vezes leva) a conclusões erradas –, razão pela qual as conjeturas formuladas, mas não demonstradas, têm um interesse limitado, devendo ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las *a posteriori*.

Uma visão vaga e meramente intuitiva de conceitos é pouco relevante, quer para o aprofundamento do estudo da Matemática em si, quer para as aplicações que dela se possam fazer, sendo mesmo perniciosa para o processo de formação de cidadãos responsáveis e dotados de espírito crítico.

É pois essencial e decisivo que se cultive de forma progressiva, o rigor das definições e do raciocínio, a aplicabilidade dos conceitos abstratos e a precisão dos resultados. Estes são contributos insubstituíveis no desenvolvimento do raciocínio dos jovens prestes a ser adultos e necessitarão de os usar, mas neste documento não estão cumpridos, embora seja referida *a seguinte finalidade "Empreender uma formação matemática abrangente e inovadora, neste ciclo de escolaridade, significa desenvolver nos alunos a capacidade de identificar conceitos matemáticos relevantes para resolver problemas reais, aplicar procedimentos matemáticos adequados e interpretar os resultados em contextos diversos."(*página 2)

O segundo propósito reporta-se ao sentido da aprendizagem como "desenvolvimento da literacia matemática", orientada para a resolução de problemas do mundo real, social. Por exemplo, na página 5, é referido: "É *essencial que as definições, os resultados e os procedimentos matemáticos adquiram sentido e que os alunos os saibam mobilizar e aplicar adequadamente para resolver problemas do mundo real, em situações do dia-a-dia ou de outras disciplinas."*

Retoma-se, assim, uma **conceção funcional** de aprendizagem (apenas teria sentido aprender o que pode ser usado), **descuidando-se**:

- a potencialidade da disciplina no desenvolvimento de capacidades humanas tanto de carácter cognitivo como afetivo (segundo classificações psicopedagógicas dignas de crédito científico) que não sejam "mobilizadas" para esse propósito;
- o valor que o conhecimento matemático tem por si mesmo, valor que decorre de ser uma **notável construção humana**, justificando-se o seu estudo mesmo sem outra qualquer razão (que seguramente tem, incluindo a de resolver problemas do mundo real, social);
- a devida preparação em matemática de jovens para cursos de nível superior.

Esta conceção funcional é perniciosa e perigosa pois é na escola que se constrói argumentação cuidada, sustentada no edifício do conhecimento. A escola, por excelência, muda o mundo e muda o estudante. Nada disto se consegue com exemplos como o da "*análise das eleições de 1986"* (página 12), com a "*elaboração de folhas de cálculo para analisar o IVA"* (página 24), etc., etc. Estas aplicações são todas relevantes, podem até aparecer como exemplos aqui e ali, mas na RCAEMES perde-se claramente o móbil principal em prol do alinhamento com a resolução de problemas do mundo real, social. Se a escola cumprir o seu papel, os estudantes tornar-se-ão indivíduos competentes para fazer estas análises e estas folhas de cálculo, sem que os ditos tópicos tenham um estatuto vincado nos currículos de matemática. Não somos contra os tópicos em si; somos contra o estatuto inibidor da aprendizagem que adquirem com a implementação da RCAEMES.

Em caso algum, o utilitarismo deve ser o foco principal da escola. Naturalmente, os alunos devem aprender as funções e as utilidades do que aprendem, mas isso deve acontecer com grande suporte conceptual e não fundamentalmente procedimental.

Aprender matemática a um nível meramente procedimental é profundamente prejudicial. É a carga conceptual que lhe dá a enorme importância que tem do ponto de vista intelectual, bem como a vastidão ilimitada da sua aplicabilidade. Para não falar do encanto.

Por outro lado, pressupõe-se que o GT seguiu o supramencionado Despacho n.º 8476-A/2018, de 31 de agosto no que nele se refere à suposta, mas não fundamentada, "extensão" dos documentos curriculares em vigor (Programas e Metas Curriculares):

> "**revelava-se inibidora** de consolidação de aprendizagens, do aprofundamento do conhecimento essencial de cada disciplina, do desenvolvimento de **competências de nível mais elevado**"

Seguindo a letra da lei, justificar-se-ia, assim, que agora a RCAEMES se apresentasse como um documento uno e sintético, e não inibidor do "desenvolvimento de **competências de nível mais elevado**", não colocando em risco uma aprendizagem com verdadeira compreensão dos conteúdos matemáticos, as respetivas aplicações e a resolução de problemas.

Ora, **por serem documentos pouco claros, omissos (em definições, teoremas, propriedades…) e vagos e apresentarem inúmeras lacunas, condicionam inevitavelmente a coerência científica que se pretenderia que imprimissem à orientação da aprendizagem**. Para além disso utilizam formulações que, relativamente aos Programas e Metas Curriculares, **reduzem drasticamente o nível de profundidade dos temas a abordar, colocando em risco uma aprendizagem com verdadeira compreensão dos conteúdos matemáticos e das respetivas aplicações e a resolução de problemas que, pela sua natureza, obrigam a interligar conhecimentos e capacidades, aqui amputados de um todo coerente.**

O **terceiro propósito** reporta-se ao Formalismo e Notação. A metodologia é, para além de castradora do papel dos professores, também inibidora de os alunos aprenderem Matemática ao se assumirem com uma "*Matemática para todos*" onde se reforça que "*Assume-se que o currículo na escolaridade obrigatória deve dar resposta a todos os alunos tendo em vista a sua formação matemática enquanto cidadãos, proporcionando-lhes uma experiência rica, adequada ao seu nível etário e ao alcance de todos.* ***Os formalismos e os níveis de abstração excessivos deverão ser evitados***[7]*. Pretende-se que a matemática seja um contributo na resolução de problemas, possibilitando que os alunos mobilizem e desenvolvam o seu raciocínio com vista à tomada de decisões e à construção*

[7] Destaque nosso

e uso de estratégias." (Página 3).

Quanto à frase "**Os formalismos e os níveis de abstração excessivos deverão ser evitados"**, na realidade consideramo-la extremamente arriscada, uma vez que um professor, ao lê-la, pode ser tentado a dar menos importância a aspetos fundamentais e únicos da matemática. Basta interpretar a frase para «Os formalismos e os níveis de abstração deverão ser evitados.» (sem a palavra «excessivos»), para se estar perante um «crime» curricular.
Assim, uma frase aparentemente inócua e mesmo redundante (o que é excessivo é sempre de evitar…), ao ser introduzida num documento curricular, que, pela sua própria natureza não deve conter afirmações tautológicas e, portanto, sem conteúdo informativo, dificilmente não suscitará interpretações indesejáveis, configurando além disso uma atitude de desconfiança relativamente às capacidades de discernimento dos professores.

O pensamento abstrato inerente à matemática é certamente um dos traços mais fundamentais da natureza desta ciência.

É evidente que os autores da RCAEMES estão totalmente cientes de tudo isto. É precisamente por esse facto que a leitura constante de frases arriscadas deste género contribui para apreciação negativa que dele fazemos.

Acrescentamos também que, na mesma temática, a RCAEMES acrescenta muitas preocupações quanto à «notação». Juntamos aqui a ideia de que, na matemática, a notação é muito importante. Não é um pequeno assunto. Há tópicos que, com uma notação inadequada, são muito difíceis e, com uma notação certeira, se tornam muito fáceis. Num documento em que a comunicação matemática é tão frisada, o treino quanto à escolha e elegância da notação deviam ser fortemente incentivados. **Num documento em que a prática da programação é tão integrante, a notação devia ser exemplarmente trabalhada**. Em vez disso, encontram-se receios, tais como «*A formalização de conceitos e resultados matemáticos é uma etapa importante da aprendizagem que não se alcança por meio do excesso de manipulação simbólica* (…)» (10.º ano, página 8).

Esta RCAEMES **tem como principal problema, tal como outrora outros documentos curriculares, ser sucessivamente inibidora do "desenvolvimento de competências de nível mais elevado" o que se considera inadmissível até tendo em conta o percurso de maior sucesso no desempenho dos alunos que se tinha revelado em anos recentes.**

PENSAMENTO COMPUTACIONAL

Quanto ao **Pensamento Computacional**, em primeiro lugar, observa-se que é um termo repetido constantemente, sem estar claramente definido. **O que se considera «Pensamento Computacional»? As definições dos termos e dos objetivos devem ser claramente explicitadas antes das escolhas de conteúdo e das escolhas metodológicas**. Sem definições, as discussões perdem profundidade e muito facilmente se tornam desonestas. Neste texto, de forma muito simplista, «*Pensamento Computacional*» é um tipo de pensamento que formula ferreamente e claramente um problema, promovendo a obtenção ou tentativa de obtenção de uma ou mais soluções para o mesmo, de forma que um humano, uma máquina, ou um artefacto tecnológico seja capaz de a executar. Os termos chave são *formulação clara* e *natureza executória*. Por esse motivo, o pensamento computacional lida tendencialmente com *algoritmos* (sequências de ações executáveis tendo em vista algum objetivo bem definido) e com *abstração* (um algoritmo bem concebido pode ser utilizado num sem número de situações diferentes, daí os objetos serem definidos da forma mais abstrata e abrangente possível).

Parte da matemática lida com pensamento computacional. Sempre lidou. Quando, no 1.º ciclo, uma criança aprende o algoritmo da adição, está a contactar com este tipo de pensamento. Isso acontece ao longo de toda a aprendizagem matemática. É por esse motivo que muitos matemáticos são programadores de profissão. É por esse motivo que se fala de «Pensamento Computacional» na esfera da disciplina de matemática.

Por questões logísticas e económicas, pensou-se que a forma pragmática de tratar desta temática seria acrescentar uma nova responsabilidade aos professores de matemática. Por estarem habituados a este tipo de pensamento, pareceram profissionais capazes de realizar a tarefa (são!). Acreditou-se na ideia de *transferência*, isto é, apesar de não terem tido exagerada formação no que diz respeito ao pensamento computacional, devido à natureza do seu conhecimento, são capazes de usar as suas competências na abordagem desta temática (são!). A transferência diz respeito à obtenção ou aplicação *indireta* de conhecimento. Embora não tenham tido cursos inteiros sobre o tema, os professores de matemática são capazes de, em abstrato, transferir o seu conhecimento para a conceção de algoritmos, utilização do Python, etc. Isso permitiria ao Estado poupar dinheiro e logística.

No entanto, paradoxalmente, no caso dos alunos, tendo em conta a RCAEMES, *já não se acredita na transferência*. Os alunos têm de programar de forma explícita. Têm também de aprender os rudimentos da linguagem Python de forma explícita. Tudo isto no âmbito da disciplina de matemática (obviamente, por uma questão política de gestão de recursos).

A inclusão do Python e da programação no currículo de Matemática é uma *decisão que perturba*. Não se trata de uma escolha residual sem especial importância. O currículo já é extenso e muitos professores de matemática não têm familiaridade com o Python. Além disso, quando se realiza uma escolha destas, muitos outros tópicos importantes são afetados. Quando se faz uma escolha destas, há muitas boas aulas, preparadas ao longo dos tempos, que deixam de ser realizadas, horas de experiência sobre pontos interessantes e importantes que deixam de ser despendidas, etc. Quando estas temáticas entram, fatalmente, outras têm de sair.

Uma última nota quanto ao Python. Na maioria das linguagens de programação, há três elementos que constituem o «barro» com que se concebem os programas. Esses elementos são as condicionais (estrutura IF-THEN-ELSE), as iterações (ciclos FOR-NEXT ou WHILE-END) e as listas. Em cada linguagem, dominando a sintaxe desses elementos, e com um bom pensamento computacional (abstrato), uma pessoa consegue fazer programas com variados níveis de sofisticação. Não é preciso mais. Há iterações definidas quanto ao número de passos (ciclos FOR-NEXT) e iterações indefinidas quanto ao número de passos (ciclos WHILE-END). Isto porque, frequentemente, o utilizador não consegue saber o número de passos de antemão por não conhecer a solução do problema. Entre muitas sugestões de programas, aparecem **quatro** ciclos definidos e **um** ciclo indefinido. Ou seja, em dois anos (10.º e 11.º), nos programas todos, temos SETE ciclos (apenas um indefinido). **Será isto a promoção do pensamento computacional?**

Poderíamos desenvolver mais este tema, mas, tendo tido conhecimento do parecer da Associação para o Ensino da Computação (ENSICO), limitamo-nos a afirmar que **a SPM subscreve o parecer da ENSICO no que se refere ao Pensamento Computacional, podendo mesmo dizer que, no que à revisão do programa de matemática A do ensino secundário diz respeito, as posições da ENSICO e da SPM são coincidentes.**

ANÁLISE DO CONTEÚDO

A falta de clareza detetada na RCAEMES, a que se associa a vacuidade e a omissão, compromete inevitavelmente a qualidade científica e pedagógico-didática destes documentos.

Entre outros problemas, como já se apontou, utilizam formulações que, relativamente aos Programas e Metas Curriculares implicam uma redução drástica do nível de profundidade dos temas a abordar conduzindo a uma aprendizagem com falhas de relevo, deixando de constituir um todo coerente; além disso, do ponto de vista científico, o documento contém um certo número de contradições internas, que se acentuam quando no plano pedagógico se ignoram patamares essenciais de aprendizagem no elenco dos conhecimentos a adquirir e das capacidades a desenvolver pelos alunos.

Seguem-se alguns exemplos:

1. Tratamento de temas matemáticos segundo uma perspetiva científica e pedagógica desadequada. Por exemplo:

- **a)** Definição dos conhecimentos e capacidades que os estudantes devem desenvolver etapa a etapa, de forma vaga e omissa, não se explicitando qualquer progressão coerente, ignorando-se o ensino estruturado, a organização dos conteúdos segundo a lógica dos temas matemáticos e, ainda, a necessidade de uma consolidação progressiva da aprendizagem.
- **b)** Insistência nos "*Modos de trabalho*", contrariando-se **recomendações consagradas** e advogando-se que:

> "*A abordagem exploratória de ideias e conceitos matemáticos apresenta-se como determinante, o que pressupõe levar o aluno a participar ativamente num processo de construção e aprofundamento, motivado por questões desafiadoras, problemas e procura de justificações. A integração da tecnologia é considerada como indispensável nesse processo, pelas possibilidades*

que oferece de experimentação, visualização, representação, simulação, interatividade, bem como, evidentemente, de cálculo numérico e simbólico." (por exemplo, 10.º ano, página 6)

Persiste-se aqui num erro pedagógico que é a pretensão de se poder usar indiscriminadamente o "**ensino pela descoberta"** pressupondo-se que o aluno, independentemente do nível de escolaridade, é capaz de reconstruir parte significativa do conhecimento construído pela humanidade ao longo da sua história (no caso da Matemática, ao longo de milénios). Trata-se de um erro de que inúmeras investigações têm dado conta[8], sendo que, a ele se alia a quase inexistência de treino específico. Sublinhe-se que este treino, acompanhado de compreensão, é absolutamente fundamental para o prosseguimento de um patamar de aprendizagem para o seguinte.

Recomendados em qualquer nível de ensino, os mencionados recursos tecnológicos, sem um trabalho de proximidade com os alunos, pode fazê-los descuidar procedimentos analíticos que lhes permitem **compreender esses mesmos procedimentos**, usando estratégias de verificação, detetando falhas e erros que lhes são apresentados e evitando cometê-los. É, portanto, fundamental estar previsto o cuidado de se alertar os alunos para falhas e erros matemáticos em que podem incorrer sem previamente fazerem o estudo que comprove a operação, o procedimento, as visualizações, etc.[9].

c) E**m relação ao domínio dos procedimentos analíticos, é bem visível a ausência** de referência à manipulação algébrica, bem visível a sua ausência nomeadamente vários tópicos relacionados com as funções. Note-se que esta é uma tarefa que, para ser bem-sucedida, implica a recuperação de conhecimentos previamente consolidados e a mobilização de capacidades diversas. Nessa convergência de conhecimentos e capacidades está a validação de muitas conjeturas formuladas a partir da visualização da calculadora.

---

[8] Cf, por exemplo:
- Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103, 1 (18).
- Schwerdt, G. & Wuppermann, A. C. (2011). Is traditional teaching really all that bad? A within-student between-subject approach, *Economics of Education Review*, 30, 365-379.
- Van Klaveren. C. (2011). Lecturing style teaching and student performance. *Economics of Education Review*, 30, 729-739.
- Kirschner P., Sweller, J. & Richard E. Clark (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based. Experiential and Inquiry-Based Teaching, *Educational Psychologist*, 41, 75-86.
- Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). Does discovery-based instruction enhance learning? *Journal of Educational Psychology*, 103(1), 1-18.

[9] Cf, por exemplo:
- Kirschner, P. A. & Bruyckere, P. (2018). The myths of the digital native and the multitasker, *Teaching and Teacher Education* 67, 135-142.
- Carter, S.P; Greenberg, K. & Walker, M.S. (2017). The impact of computer usage on academic performance: Evidence from a randomized trial at the United States, *Economics of Education Review*, 56, 118-132.
- Falck, O.; Mang, C. & Woessmann, L. (2017). Virtually no effect? Different uses of classroom computers and their effect on student achievement, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 80, 1-38.
- Mayer, R.E. (2021). *Multimedia Learning.* Cambridge, UK: Cambridge University Press.

d) Existe uma **disparidade entre a superficialidade das abordagens propostas para muitos conteúdos e a exigência esperada nos desempenhos dos alunos**. Veja-se, por exemplo, o caso das sucessões que referimos à frente e o seguinte objetivo: "*Aplicar e aprofundar conceitos e processos associados às sucessões num problema contextualizado, desenvolvendo competências de generalização, representação e comunicação matemática*" (11.º ano, página 24)

2. Deficiente organização dos temas/ conteúdos/conhecimentos matemáticos. Enunciam-se, de seguida, alguns aspetos de entre os muitos identificados:

a) Incluir-se no 10.º ano um conjunto de Temas que não são adequados para esta disciplina e que, aparecendo desenquadrados das suas temáticas próprias, perturbam a aprendizagem coerente pretendida**.**

- Eleições e Partilha (10.º ano, páginas 12 e 13). "*O aluno desenvolverá os conceitos subjacentes a processos eleitorais através de maiorias simples absolutas, ao método de Borda, ao método de Hondt, ao método de St. Laguë.*"
Promove-se a exploração de situações com recurso a folhas de cálculo. Promove-se a análise de situações históricas como a eleição presidencial de 1986 ou as eleições europeias de 1987. Promove-se a construção de programas simples em Python. Tudo isto, entre muitas outras sugestões. É claramente uma *escolha* que vai ao encontro da conceção funcional do currículo de matemática, já referido anteriormente Este desenvolvimento curricular substituirá outros desenvolvimentos curriculares alternativos. A discussão a ser feita é exatamente essa: é este o caminho estratégico que se pretende?

Na verdade, estes temas não se enquadram facilmente numa disciplina de Matemática A pois, para além de outros já identificados, mobilizam, apenas, capacidades matemáticas elementares. Atendendo à sua eventual pertinência na formação dos jovens e ao seu nível de exigência em termos de desempenho matemático, não deveriam passar a integrar os conteúdos da disciplina de Cidadania do 3.º Ciclo?

- **Literacia Financeira Trabalho de Projeto** – A natureza vaga e absurda deste tópico dispensa grandes comentários (página 23). Na verdade, a abordagem que se pretende para este tópico não se enquadra num programa de Matemática A. Separar as aplicações financeiras dos temas Matemáticos onde se incluem, não favorece a compreensão da aplicação da Matemática à realidade. Os subtópicos Matemática nos descontos e promoções e Matemática dos Salários deveriam fazer parte das aplicações no currículo de Matemática do 3.º Ciclo; O subtópico Matemática na poupança e no crédito, poderá ser abordado no 11.º ano, incluído no tema Sucessões, onde a respetiva abordagem poderá ser mais estruturada e rigorosa; O subtópico Matemática nos Impostos talvez possa ser abordado no Tópico Funções.

b) Algumas formulações são obscuras, não ficando claro exatamente o que pretendem os autores. Em qualquer dos temas deveria ter sido acautelada a clarificação das definições a utilizar. O que não acontece e pode gerar várias abordagens, falta de consistência na aprendizagem e dificuldades em situações de aplicação de instrumentos de avaliação externa. Por exemplo:

b$_1$) Sucessões:

- Na página 23, do 11.º ano, é referido que se deve recorrer à história de Gauss com o objetivo de "*evidenciar uma forma expedita para o cálculo da soma de n termos consecutivos de uma progressão aritmética*", e à "*lenda de Sissa e do tabuleiro de Xadrez*" com o objetivo de "evidenciar uma *forma expedita para o cálculo da soma de n termos consecutivos de uma progressão geométrica*". Salientamos que a lenda de Sissa o que evidencia é a magnitude do crescimento exponencial e não o referido. Assim, esta referência deve ser retirada.

- Atendendo a que se considera que 0 é um número natural (AE 1.º ciclo), é necessário clarificar a continuação dessa consideração neste documento e tal não acontece.

- Foram excluídas as abordagens dos conceitos de monotonia de uma sucessão, sucessão limitada e convergência de sucessões o que constituirá uma lacuna gravíssima nos conhecimentos dos alunos do secundário.

- No documento não são apresentados os conceitos de limite de uma sucessão, série, e a respetiva convergência. No entanto, nos conteúdos de aprendizagem refere-se "*Generalizar a soma de n termos consecutivos de uma progressão geométrica, para a soma da série geométrica quando $|r| < 1$.*" e, na coluna das ações *estratégicas de ensino,* são utilizados os termos série divergente e convergente ("*Estender, de forma intuitiva, o conceito de sucessão à respetiva série, analisando casos de séries divergentes (exemplo: séries aritméticas) e de séries convergentes (exemplo: séries geométricas com $|r| < 1$).*"

- Mais tarde, no 12.º ano aparece a seguinte referência na página 19: "*Conhecer o número irracional* "*e", como limite da sucessão* $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ ". O que significa e como se justifica o limite desta sucessão?
Na página 19, aparece o seguinte «Recorrer a sucessivos valores de n, por exemplo, 1, 2, 3, 10, 1000, 10000, 100000, para determinar os termos da sucessão$\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ e conduzir à intuição de que os termos tendem para um valor aproximado do número "e"». Para construir a intuição, em vez disto, talvez seja melhor recorrer à ideia intuitiva de indeterminação. Consideremos a sucessão definida por $\left(1+\frac{1}{n}\right)^2$. Uma vez que $\frac{1}{n}$ tende para zero, a base da potência tende para 1 e a sucessão tende para 1. Isso acontece, qualquer que seja o expoente, desde que esteja fixo. Por outro lado, consideremos a sucessão definida por $(1+1)^n$. Agora, temos o já conhecido crescimento exponencial e a sucessão tende para infinito. Isso acontece para qualquer base $(1+a)$, desde que $a > 0$

esteja fixo. A pergunta intuitiva que se coloca é a seguinte: o que acontece quando *n* está presente *tanto na base da potência como no expoente*? Como não «jogam para o mesmo lado», ficamos na dúvida (é isso que é uma indeterminação). Já a verificação experimental de que com números sucessivamente mais "elevados" a sucessão vai tomando valores que parecem ir fixando algarismos decimais sucessivos de um número determinado pode ser enganadora, como se pode verificar por exemplo, adicionando sucessivamente parcelas da série de termo geral $\frac{1}{n \log n}$ que é divergente… **É grave deixar que os alunos se convençam de que podem adquirir uma intuição correta do conceito de limite com "experiências deste tipo; tendo sido eliminadas do currículo as propriedades das sucessões monótonas limitadas, impede-se em particular uma abordagem correta do estudo desta sucessão.**

b₂) Não estão incluídas as noções de função injetiva, sobrejetiva e bijetiva nem a paridade de funções. Nas transformações no gráfico de uma função (10.º ano, página 32) não aparece a transformação $f(kx)$, com k *não nulo*. Qualquer destas omissões, vem condicionar a coerência e a riqueza das abordagens futuras. Por exemplo, o conceito de injetividade é essencial na abordagem da inversão de funções e a falta da transformação $f(kx)$, com k *não nulo* impede a abordagem geral do tema transformações no gráfico de uma função, condicionando no futuro o estudo gráfico das funções trigonométricas. Veja-se, no 12.º ano (página 22), em que se define funções tipo f(x) = $a\ sen\ (b\ (x - c)) + d$, sendo necessário utilizar esta transformação para o respetivo estudo gráfico. No entanto, não é feita qualquer menção à sua inclusão.

b₃) Funções definidas por radicais – Estas funções somente são referidas no 12.º ano no tema Função Exponencial (página 19) – "Conhecer e aplicar propriedades simples com raízes de índice natural na resolução de problemas, nomeadamente a radiciação de índice natural como inversa da potenciação de expoente natural. Utilizar potências de expoente fracionário relacionando-as com as raízes de índice natural.", mas não se esclarece o âmbito da abordagem. Mais tarde, (página 22) quando se escreve: "Conhecer e aplicar as regras de derivação para funções do tipo $f(x) = x^{\alpha}$ (com α real e $x > 0$) e a regra da derivada da função composta, há a pertinência da utilização destas funções, por exemplo, no estudo da monotonia, mas para tal, será necessário ter domínio na manipulação algébrica deste tipo de expressões.

b₄) Trigonometria e Funções Trigonométricas – Este é um dos temas cuja abordagem é mais polémica já que são eliminados alguns conteúdos imprescindíveis a um desempenho coerente e rigoroso. A ausência de referência à Lei dos senos e teorema de Carnot vem limitar ou complicar bastante a resolução de problemas relacionados com a resolução de triângulos. Sendo um tema importante para os alunos que prosseguem cursos superiores, foram excluídas as referências às funções trigonométricas inversas, às fórmulas da soma e da duplicação e à resolução de equações trigonométricas por processos analíticos, o que limitará bastante o perfil de desempenho dos alunos.

b_5) Funções Racionais e identificação de assíntotas ao gráfico de funções racionais

- Na temática Funções (11.º ano - páginas 16 e 17), seria bom frisar que, ao considerar a divisão de $P(x)$ por $D(x)$, têm-se duas relações importantes: $\frac{P(x)}{D(x)} = Q(x) + \frac{R(x)}{D(x)}$ e $P(x) = Q(x)D(x) + R(x)$. Estes factos são consequência direta da divisão inteira aprendida anteriormente, mas, dada a sua enorme importância, deviam ter estatuto de meta. O primeiro facto será usado muitas vezes no futuro (por exemplo, na primitivação de funções racionais). Além disso, se se souber relacionar os graus de *P(x), D(x), Q(x) e R(x)*, tal será útil na abordagem dos temas das assíntotas e representações gráficas que surge mais à frente (a relação de graus também deveria ser uma meta). Finalmente, o segundo facto justifica o Teorema do Resto: Se $D(x) = x - a$, tem-se $P(x) = Q(x)(x - a) + R(x)$ e basta uma substituição de x por a para construir um argumento. Mais uma vez, o «Conhecer o Teorema do Resto» ganha riqueza conceptual.

- No que se refere às «Funções Cúbica, Quártica e Quíntica» (11.º ano - página 16), a frase "*Referir a existência de fórmulas resolventes para polinómios de graus 3 e 4, e a sua inexistência para graus superiores*." é revelador mais uma vez da falta de rigor deste documento. Para se fazer uma referência destas tem de se ter a precisão de dizer polinómios gerais e explicar o que se entende por «fórmula resolvente» (explicação omissa). É claro que os autores podem ter pensado que os professores sabem que, se se quiser fazer a referência histórica, isso tem de ser feito. Mas, sendo assim, por que razão, logo na página seguinte, aparece "*Propor a resolução de problemas em contexto real*."?

- A identificação das assíntotas do gráfico de uma função racional é realizada de forma intuitiva e por via da utilização da tecnologia gráfica e são mencionadas as limitações dessa estratégia na obtenção das respetivas equações (11.ºano – página 17). Porém, insiste-se na omissão das definições rigorosas, limitando-se o documento a apontar para a noção intuitiva de limite de uma função. Mais tarde, no 12.º ano é solicitado o estudo analítico, **mas nunca se formalizou o conceito de limite de uma função.**

b_6) Limite e continuidade de funções – Não há referência ao conceito formal de limite de uma função utilizado, mas enuncia-se a continuidade num ponto recorrendo ao limite nesse ponto (12.ºano, Página 23).

b_7) Cálculo Diferencial – No 11.º ano, página 18 existe uma aposta na intuição; "*Determinar a razão incremental de uma função num dado ponto e chegar à taxa de variação instantânea através da noção intuitiva de limite*.". A (ou uma) *noção intuitiva de limite* devia ser clarificada para a podermos discutir. São conhecidas muitas "*noções intuitivas*" que levam a mal-entendidos. Logo depois, aparece "*Definir derivada de uma dada função num ponto como o declive da* *reta tangente ao gráfico nesse ponto*.”. Percebe-se a ideia. Devido à aposta intuitiva, a «*definição*» de derivada aparece associada ao conceito de tangência. Sendo assim, devia clarificar-se o que é o conceito de tangência a um nível intuitivo. Também devia haver intuição para a tangência, dado que baseia a metodologia intuitiva proposta.

- Embora no 11.º ano sejam abordadas as funções racionais, as regras de derivação não incluem a derivada do quociente de funções, o que exclui o estudo da monotonia deste tipo de funções. Qual o motivo?

b8) Combinatória – Este tema que usualmente está associado às Probabilidades aparece no 11.º ano e isolado quase no final do ano. É um tema exigente em termos da compreensão e da sua relação com a resolução de problemas de probabilidades, pelo que, o facto de ser colocado no final do elenco dos conteúdos para o 11.º ano pode condicionar decisivamente o tempo e o nível de aprofundamento da abordagem que é feita. Assim, no 12.º ano o docente terá de fazer necessariamente uma recuperação dos conteúdos, o que faz questionar se não seria melhor colocar este tema no 12.º ano. Por outro lado, a abordagem das Combinações é muito incompleta, não incluindo o estudo das propriedades.
Em relação ao conteúdo, por que razão se aborda a fórmula dos arranjos simples e não se aborda a fórmula das combinações? Uma leva à outra de forma muito simples. Por que razão se interrompe um encadeamento natural?

b9) Números complexos – O contexto em que surge a introdução dos números complexos, não corresponde à verdade histórica nem parece ser a abordagem correta que este tema merece, já que nem a forma trigonométrica é proposta. Tal seria impossível no ponto do programa em que está. Na verdade, “*Conduzir os alunos à dedução da fórmula resolvente para o cálculo dos zeros da função quadrática, fazendo referência aos números complexos, quando o discriminante é negativo*.” (página 32) A nosso ver, começa aqui uma abordagem dos números complexos totalmente inútil e superficial (ver também a página 33).
A questão de fundo é esta: *devem os alunos aprender a álgebra fundamental do corpo complexo no ensino secundário*? O corpo complexo é um corpo de decomposição em que uma equação do tipo $p(z) = 0$ tem n soluções (p é um polinómio de grau n e as soluções não são necessariamente distintas). Devido a esse facto, há muitos problemas que desaguam em equações polinomiais que não podem ser resolvidas em $\mathbb{R}$, mas que podem ser resolvidas em $\mathbb{C}$. Frequentemente, encontram-se soluções reais para esses problemas dessa forma, fazendo com que a «visita algébrica ao corpo complexo» seja extremamente útil. No ensino universitário, disciplinas como cálculo infinitesimal, equações diferenciais ou álgebras várias necessitarão dessa «visita». Consequentemente, voltando à questão, se os alunos não aprenderem a álgebra fundamental do corpo complexo no ensino secundário, terão de a aprender no primeiro ano de muitos cursos universitários. Delegar essa responsabilidade nas universidades seria mais honesto do que a abordagem feita na RCAEMES. Se é para tratar os complexos com esta

superficialidade, mais vale tomar essa decisão e defendê-la. Pelo menos, ganhar-se-ia espaço para o melhor desenvolvimento de outros temas.

Resumindo, propõe-se que a abordagem seja feita mais tarde e com a dignidade que merece ou que este tema seja incluído nos temas opcionais, ou ainda que, pura e simplesmente seja eliminado da RCAEMES.

b_{10}) Produto escalar (10.º ano, página 13) - Aparecem as seguintes duas metas (por esta ordem):
"*Conhecer o conceito de produto escalar de dois vetores dados, no plano ou no espaço, definido com base nas coordenadas dos vetores num referencial ortonormado*." e "*Saber que o produto escalar de dois vetores é igual ao produto das suas normas pelo cosseno do ângulo formado por eles*.".
A nosso ver, a ordem inversa seria muito mais adequada. Começando pela segunda meta, o conceito de produto escalar de dois vetores no plano tem uma *interpretação geométrica*. Depois, pode mostrar-se aos estudantes que o produto escalar é mesmo um produto, na medida em que respeita a propriedade distributiva em relação à adição de vetores (também tem uma interpretação geométrica). Finalmente, passando para a primeira meta, a *interpretação algébrica via coordenadas* deixa de ser um mero "*Conhecer*", passando a ser uma consequência da propriedade distributiva. Aliás, este é o processo que tem vindo a ser sugerido nos programas anteriores.

b_{11}) Em relação à **Probabilidade condicionada** (página 14), a formalização é feita da seguinte forma:
"Definição 1. Sejam A e B dois acontecimentos tais que $P(B) > 0$. A probabilidade condicionada de A dado B (ou A sabendo B, ou A se B) é $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$."
"Definição 2. Dois acontecimentos A e B, com $P(B) > 0$, são independentes se $P(A|B) = P(A)$."
Depois, aparece:
"Reconhecer que os acontecimentos A e B são independentes se e só se: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$".
Embora esta observação seja um detalhe, há aqui um pequeno problema. Considere-se que se pretende provar a implicação $\Longleftarrow$, considere-se o caso extremo em que $P(A) = 0$ *e* $P(B) = 0$. Naturalmente $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0$. Para argumentar que A e B são independentes olhamos para a Definição 2 e não a podemos usar! Isto porque $P(B) = 0$.
Fazendo a formalização desta forma, sugerimos reescrever:
"Reconhecer que, sendo B tal que $P(B) > 0$, os acontecimentos A e B são independentes se e só se: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$".

b_{12}) **Modelos de Probabilidade em espaços Finitos** - Na página 16 aparece "Compreender o paralelismo entre valor médio (ou média populacional) e a média e também, de modo idêntico, para a variância e outras medidas calculadas para a população e para a amostra.". Logo antes, lê-se "Reconhecer que dois dos

parâmetros, características numéricas da população, mais importantes são o valor médio (ou média populacional) e o desvio padrão populacional, e saber que estes parâmetros se representam pelas letras gregas μ (miu) e σ (sigma), respetivamente.”.
Da mesma forma que se esclarece a notação para o valor médio e desvio padrão populacionais, também é importante esclarecer a notação para a média e desvio padrão amostrais. Essa é uma das finalidades da notação: distinguir coisas distintas, no entanto observa-se a inconsistência de duas declarações seguidas (fala-se de dois conceitos; esclarece-se a notação para um; não se esclarece para o outro).

b13) Modelo Normal - Na página 16 aparece a declaração “*Reconhecer o modelo Normal, de suporte contínuo, como um dos modelos mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios*.”. Não é difícil de perceber que, na estratégia seguida neste documento, o modelo Normal seja um conceito vital. No entanto, mais uma vez, “*como um dos modelos mais importantes para a modelação de fenómenos aleatórios*” é uma declaração totalmente vazia. Propomos que seja acrescentada informação que ajude a caracterizar este modelo.

c) Apresentar **desenvolvimentos emblemáticos** cuja pertinência é discutível, não nos parece um conteúdo importante no currículo do secundário quando outros relevantes são suprimidos.
Por exemplo, no domínio da **Geometria,** regista-se a inclusão de um capítulo de Geometria sintética do Plano (página 27), que vem superar a não-inclusão de alguns tópicos nas AEs de 9.ºano, como sejam, por exemplo, o circuncentro, incentro, ortocentro e baricentro, o que é importante. Neste capítulo são acrescentadas ainda a reta de Euler e a circunferência dos 9 pontos para, a par da utilização do Geogebra, “*Desenvolver nos alunos o gosto pela argumentação em geral e pela demonstração como elemento central da matemática*.”. Se a ideia é essa (parece ser), a escolha poderia ter sido muito melhor. Nesta fase, uma compreensão argumentativa sobre elementos como a reta de Euler ou a circunferência dos 9 pontos é impossível. **Um documento curricular não deve ter este nível de arbitrariedade nas escolhas para determinados objetivos.**

d) ESTATÍSTICA – a abordagem feita neste documento é especialmente vaga e discutível. Vejamos vários exemplos.

d1) Pode ler-se “*Informar que o grau de confiança é quantificado em termos de probabilidade, exemplificando com a forma como se transmite o resultado de uma sondagem*.” (página 16). O conceito de confiança (e o seu «irmão» significância) é difícil, mesmo para alunos universitários. Imagine-se que um aluno pergunta «Probabilidade de quê?» (pergunta óbvia e legítima). A resposta a essa pergunta deve ser colocada na RCAEMES ou, alternativamente, a intenção quanto a esta «informação» deve ser retirada. Este tipo de situações é omnipresente na RCAEMES: ao querer propor-se um sem número de discussões **a um nível intuitivo**, o documento fica gritantemente vago. Isso não ajudará professores, não ajudará autores e, mais importante, não ajudará alunos.

d2) Página 17 – "*Distinguir entre dados quantitativos discretos (obtidos por contagem) ou contínuos (obtidos por medição*).". Esta frase é bastante discutível e incide sobre um problema antigo (a distinção entre naturezas discreta e contínua não pode ser feita sem recorrer a conceitos razoavelmente sofisticados). Repare-se que uma contagem pode ser vista como uma forma rudimentar de medição. A discutibilidade da frase aumenta ao ler-se na coluna ao lado "*Exemplificar com a variável Idade que é de tipo contínuo e que pode ser utilizada de forma discreta (*$10, 15, 23, \ldots$)". Embora compreendendo a dificuldade, pensamos que isto poderia ter sido escrito de forma mais rigorosa.

d3) Em relação a "*Interpretar as medidas de localização, média, mediana, moda(s) e percentis (quartis como caso especial) na caraterização da distribuição dos dados, relacionando-as com as representações gráficas obtidas*." (página 18), chamamos a atenção para um pormenor. Por exemplo, se a amostra bruta for $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, programas como o Geogebra devolvem $Q_1 = 1{,}5, Med = 3$ *e* $Q_3 = 4{,}5$. Esta forma de determinar os quartis não coincide com o procedimento tradicional de determinação de quartis através de uma tabela de frequências relativas acumuladas (este facto acontece também com algumas calculadoras gráficas). Muitos matemáticos preferem $Q_1 = 2, Med = 3$ *e* $Q_3 = 4$. Esta problemática costuma ser totalmente irrelevante em amostras grandes. Mas, uma vez que a RCAEMES incentiva fortemente o uso de tecnologia e se poder ler na coluna ao lado "*Propor a elaboração de um programa simples em Python que permita recolher as idades de, por exemplo,* 5 *alunos de uma turma na disciplina de Matemática*", talvez fosse importante incluir a definição de quartil que irá ser utilizada.

d4) Em relação a "*Compreender que a existência de outliers influencia estes procedimentos*." (Página 19), observamos que a noção de *outlier* deveria ter sido desenvolvida previamente.

d5) A frase "*Compreender que não se pode confundir correlação com relação causa-efeito, pois podem existir variáveis "perturbadoras" que provocam uma aparente associação entre as variáveis em estudo*." (página 20) é realmente confusa. Um objetivo muito comum consiste em avaliar a relação entre duas ou mais variáveis. Detalhando um pouco mais, procura-se aferir se uma mudança numa variável X provoca uma mudança numa variável Y. Se dermos estatuto de variável independente a X, procura-se saber a forma como a variável dependente Y é «explicada» por X.
Uma vez que, na maioria das vezes, o que se pretende é averiguar a causalidade, os alunos devem estar cientes desta temática. Mas, a frase da RCAEMES não é clara quanto a estas ideias.

e) Alguns temas são estruturais e aparecem abordados com pouco desenvolvimento e menos sugestões metodológicas. Veja-se o exemplo do tema vetores livres no plano ou a equação da reta (páginas 28 e 29) que não têm, nem de perto nem de longe, o mesmo detalhe e número de sugestões que outros muito menos importantes. Temas como estes darão origem a capítulos fundamentais de manuais escolares.

3. Avaliação

Na RCAEMES, página 8, considera-se que "*A abordagem exploratória que se privilegia implica a integração da avaliação no processo de aprendizagem. É necessário que a avaliação seja um processo, e não um fim, e que esteja ao serviço da aprendizagem dos alunos, de modo a favorecê-la*.". Porém, não se percebe como isto pode acontecer quando as próprias "aprendizagens essenciais" não são, como demonstramos acima, apresentadas de forma clara e operacional. **Mais uma vez insistimos na importância da clareza e adequada ordenação de que se deve revestir qualquer documento curricular para que, através da avaliação formativa, se possam recolher informações acerca do percurso de cada aluno, reorientando a sua aprendizagem, superando erros e falhas detetadas, e detetando potencialidades.**

Sem um referencial curricular seguro, **sem descritores de desempenho, não é só a avaliação formativa que fica comprometida, mas também a avaliação sumativa**, tanto a que se realiza ao nível de escola como a que se realiza ao nível nacional. Sendo a tónica posta nas "ações estratégicas de ensino do professor", ainda que com indicações de concretização, elas podem ser muito díspares de escola para escola, conduzindo a aprendizagens muito diferenciadas.

Acresce que se faz crer que esta última modalidade de avaliação encerra o "risco de reduzir o currículo às aprendizagens de nível cognitivo mais baixo, por serem estas as que são vistas como sendo mais fáceis de mensurar". Ora, tal não aconteceria se o referencial curricular fosse inequívoco, indicando de modo preciso quer as "aprendizagens de nível cognitivo mais baixo" quer as aprendizagens de nível cognitivo mais elevado. **Na verdade, tanto a avaliação formativa como a avaliação sumativa podem medir conhecimentos e capacidades situados em ambos os níveis.**

SÍNTESE

Como dito no Despacho n.º 8476-A/2018, de 31 de agosto, "*a promoção de um ensino de qualidade implica fomentar aprendizagens efetivas e significativas a aprender por todos, com diversos níveis de consecução, mas sempre tendo por base conhecimentos consolidados*". **É precisamente este desígnio que não se vê cumprido no conjunto de documentos designados por** RCAEMES**.** Na verdade, não superam, antes agravam, os problemas já identificados pela SPM nas anteriores Aprendizagens Essenciais. Levantam um incontável número de problemas tanto do foro científico como do foro pedagógico, dos quais é impossível dar conta completa em qualquer parecer que sobre os documentos incida.

Resumimos, de seguida, **alguns dos problemas que a Sociedade Portuguesa de Matemática considera particularmente graves:**

- No geral, os três documentos que constituem as RCAEMES são pouco claros, omissos e vagos. **Apresentam lacunas que condicionam inevitavelmente a coerência de um documento que deveria ser efetivamente orientador da aprendizagem**. Para além disso integram formulações que revelam – quando comparadas com os Programas e Metas Curriculares que estavam em vigor – **uma negligência na compreensão profunda dos conteúdos matemáticos, colocando em risco a assimilação dos conceitos as respetivas aplicações e a resolução de problemas, mais simples ou mais complexos, patamares superiores de aprendizagem e, obviamente, desejável.**

- É bastante evidente que se ignoram patamares pelos quais a aprendizagem matemática progride na aquisição de conhecimentos e no desenvolvimento de capacidades. Ao invés, **ao não se apresentar uma organização adequada em patamares que os alunos devam atingir etapa a etapa, não se alcança uma progressão coerente, estruturada segundo a lógica própria dos temas matemáticos e a necessidade de consolidação da aprendizagem.**

- Além disso, submete-se, de forma desproporcionada, a aprendizagem matemática à pretensa necessidade premente de encontrar problemas que surjam em situações reais e do quotidiano dos alunos para os motivar para os diversos temas, obscurecendo-se outra qualquer finalidade desta disciplina e as próprias necessidades decorrentes da necessária hierarquização dos conhecimentos **no seu percurso de aprendizagem**. **A tónica é posta no concreto, secundarizando-se a dimensão de abstração, que é própria da disciplina, e o que ela potencia no desenvolvimento académico e social dos alunos.**

- Ao proceder desta forma, **criam-se obstáculos à progressão dos alunos e ao desenvolvimento de conceitos e capacidades de raciocínio, pois a progressão na matemática aparece subordinada a exemplos e atividades de caráter episódico, em que a carga cognitiva dos alunos se desloca para aspetos secundários**. Assim, em vez de permitir um desenvolvimento lógico dos conceitos e procedimentos matemáticos, aponta-se para uma concentração da atividade letiva em aplicações e exemplos desgarrados e desconexos que são o oposto do raciocínio matemático.

- A RCAEMES, **ao dar destaque às "ações estratégicas" que o professor deve adotar para ensinar, dilui a sua margem de decisão. Como profissional assiste-lhe o direito e o dever de escolher o modo de ensinar que beneficie os seus alunos**. Esta limitação ética, situada na liberdade profissional dos professores, ao ser estabelecida pela tutela, incute, além disso, práticas que nas últimas décadas a investigação especializada tem mostrado serem fortemente prejudiciais à aprendizagem da matemática.

- Assim, **em vez de dar liberdade aos docentes para aplicarem as melhores estratégias e de apontar objetivos curriculares claros, estruturados e avaliáveis,**

estes documentos pretendem forçar os docentes a seguirem estratégias de ensino estreitas, e repudiadas pelas ciências cognitivas modernas, e diluir os objetivos de aprendizagem.

- Mas não é só o direito ao ensino que a proposta de RCAEMES põe em causa, mas, com isto, põe também em causa o **direito à aprendizagem**, consagrado na Declaração Universal dos Direitos Humanos e, em Portugal na Constituição da República Portuguesa e na Lei de Bases do Sistema Educativo.

É que o direito à aprendizagem decorre do direito ao ensino segundo princípios que se têm por válidos sob o ponto de vista científico e pedagógico-didático, atendendo sempre às circunstâncias, com destaque para o estado de aprendizagem dos alunos e para a sua evolução.

BREVES NOTAS ACERCA DAS NOVAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS DE MATEMÁTICA B E MATEMÁTICA DO ENSINO PROFISSIONAL PARA O ENSINO SECUNDÁRIO

MATEMÁTICA B

- A análise global dos temas e abordagens propostos leva a supor que este documento curricular é demasiado extenso, para que se possa cumprir no tempo curricular da disciplina.
- Atendendo ao perfil dos alunos que frequentam esta disciplina, é positivo ter sido atribuído, nesta proposta, um papel central ao tema Geometria.
- Na introdução (página 5) é referida a importância de introduzir conceitos e métodos relativos à Lógica Matemática, mas este tópico não é mais abordado no restante documento, o que fará prever um tratamento muito insuficiente destes conceitos e métodos.
- É discutível a pertinência da inclusão do tema Matemática para a Cidadania neste documento curricular. Estas temáticas poderiam ser enquadradas na disciplina de Cidadania do Ensino Básico. Assim, o 10.º ano poderia ser iniciado com o tema Estatística.
- No Tema Padrões Geométricos, incluir em primeiro lugar o subtema *A Matemática no Património* não faz sentido já que a abordagem pretendida depende da aquisição dos conhecimentos previstos no subtópico seguinte e que enriquecerão decisivamente a aprendizagem desejada.
- Os temas Geometria Sintética e Distâncias Inacessíveis deveriam ser abordados mais precocemente, de forma a serem estabelecidas relações com outros temas de Matemática B e também de outras disciplinas do currículo dos alunos.

MATEMÁTICA - ENSINO PROFISSIONAL

- Atendendo à diversidade de cursos profissionais existentes, é positivo que tivessem sido acrescentados módulos novos ao elenco inicial e que, em todos os cursos, haja módulos obrigatórios e módulos opcionais. Porém, alerta-se para o facto de alguns deles incluírem conteúdos que excedem claramente os objetivos da disciplina ou que são abordados de forma tão superficial ou pouco estruturada, que questiona a sua pertinência.

- **Módulos opcionais cuja relevância é discutível:**

  1. Matemática e Arte – Os professores de Matemática não têm obrigatoriamente formação em História da Arte que lhes possibilite fazer uma abordagem estruturada e coerente dos temas propostos. Estas abordagens poderiam ser adotadas em trabalhos de projeto de natureza interdisciplinar, por exemplo, do Módulo Geometria Sintética com a disciplina de História da Cultura e das Artes.

  2. Biomatemática e Criptografia – Os conteúdos previstos nestes módulos têm relevância discutível. Também aqui alguns dos tópicos que se pretende que sejam abordados não fazem parte do elenco de conteúdos previstos nas habilitações dos docentes.

  3. **Matemática Financeira e Fiscal, Matemática Comercial e Matemática Laboral –** Alguns dos conteúdos propostos fazem parte dos conteúdos de outras disciplinas do currículo dos cursos profissionais onde, provavelmente, se poderiam incluir estes módulos. Assim, estes têm relevância discutível pelo que a abordagem que a Matemática poderá fazer consistirá essencialmente na utilização dos modelos matemáticos e na sua manipulação algébrica e não tanto no seu enquadramento económico. Alerta-se para o facto de que módulos deste tipo se enquadram nas competências de docentes de outro grupo de docência – 430.